संख्या पद्धति

एक ऐसी पद्धति, जिसमें विभिन्न प्रकार की संख्याओ एवं उनके मध्य सम्बन्धों व नियमों का क्रमबद्ध अध्ययन किया जाता है, संख्या पद्धति कहलाती है|

(i) प्राकृतिक संख्याएँ (Natural Numbers):-

वे संख्याएँ जो गणना करने में प्रयुक्त की जाती है, प्राकृतिक संख्याएँ कहलाती है|

जैसे- N={1,2,3,4,........}

(ii) पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers):-

यदि प्राकृतिक संख्याओं के साथ शून्य को भी सम्मिलित कर लिया जाये, तो वे संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ कहलाती है|

जैसे- w = {0,1,2,3,........}

(iii) पूर्णांक (Integars)

सभी पूर्ण संख्याएँ तथा ऋणात्मक संख्याएँ पूर्णांक कहलाती है|

जैसे- I = { .....-3, -2, -1 ,0 , 1, 2, 3 }

(iv) धन पूर्णांक (Positive Integars)

सभी प्राकृतिक संख्याएँ धन पूर्णांक कहलाती है|

जैसे- I=+{1,2,3,4,........}

(v) ऋण पूर्णांक (Negative Integars)

सभी ऋणात्मक संख्याएँ ऋण पूर्णांक कहलाती है|

जैसे- I= -{0,1,2,3,........}

परिमेय संख्याएँ (Rational Number)

वे सभी संख्याएँ जिन्हें p/q के रूप में व्यक्त किया जा सके, परिमेय संख्याएँ कहलाती है|

Q = { p/q q : p तथा q पूर्णांक है और $q \neq 0$ }

जैसे- 5, -2, 4/5, 0 आदि परिमेय संख्याएँ है|

अपरिमेय संख्याएँ (IrRational Number)

वे सभी संख्याएँ जिन्हें p/q के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सके, अपरिमेय संख्याएँ कहलाती है| √2,√3,√5 आदि अपरिमेय संख्याएँ है|

л एक अपरिमेय संख्या है क्योकि 22/7 तथा 3.14 , л के लगभग बराबर है|

वास्तविक संख्याएँ (Real Number)

वे सभी संख्याएँ जो या तो परिमेय हो अथवा अपरिमेय हो, वास्तविक संख्याएँ कहलाती है|

सम संख्याएँ (Even Numbers)

वे सभी संख्याएँ जो 2 से पूर्णत: विभाजित हो जाती है, सम संख्याएँ कहलाती है|
उदाहरण- 2, 4, 6, 8, ... सम संख्याएँ है|

विषम संख्याएँ (Odd Number)

वे सभी संख्याएँ जो 2 से पूर्णत: विभाजित नहीं होती है, विषम संख्याएँ कहलाती है|
उदाहरण- 1, 3, 5, 7, ... विषम संख्याएँ है|

अभाज्य संख्याएँ (prime Number)

वे सभी संख्याएँ जो 1 व स्वयं के अतिरिक्त किसी अन्य संख्या से पूर्णत: विभाजित न हो, अभाज्य संख्याएँ कहलाती है|
उदाहरण- 2, 3, 5, 7,11, ... अभाज्य संख्याएँ है|

भाज्य संख्याएँ (Composite Number)

वे सभी संख्याएँ जो 1 व स्वयं के अतिरिक्त कम से कम एक अन्य संख्या से पूर्णत: विभाजित हो, भाज्य संख्याएँ कहलाती है|
उदाहरण- 8, 9, 15, 11, ... भाज्य संख्याएँ है|

कुछ महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्न

1.यदि किसी संख्या के 1/5 की दो तिहाई की तीन चौथाई 24 है, तो संख्या क्या है?

1) 250 2) 240 3) 120 4) 480

Answer :- 2

"Solution = माना की संख्या =x
प्रश्नानुसार , 1/3x * 2/3 * ¾ = 24
x= 240"

2. 357.21 में 5 का मान कितना है?

1) 5 दसवाँ 2) 5 दस 3) 5 सौ 4) इनमें से कोई नहीं

Answer :- 2

"Solution = 357.21 में 5 का अंक दहाई के स्थान पर है |

अतः 5 का मान 5 दस है"

3.किसी संख्या के एक तिहाई के एक चौथाई का दो चौथाई-6 है, तो वह संख्या क्या है?

1) 108 2) 144 3) 96 4) 78

Answer :- 1

"Solution = माना की संख्या =x

=x का 1/3 का ¼ का 2/3 = 6

या x = 108"

4. निम्न में से कौन-सी एक अभाज्य संख्या है?

1) 161 2) 171 3) 173 4) 221

Answer :- 3

"Solution = दी गई संख्याओं में से 173 के अतिरिक्त सभी संख्याओं के 1 तथा स्वयं के अतिरिक्त अन्य गुणनखण्ड भी है, इसलिए 173 एक अभाज्य संख्या है "

5. किसी संख्या के एक चौथाई का एक तिहाई भाग 15 है , तो उस संख्या का 3/10 वां भाग होगा ?

1) 35 2) 36 3) 45 4) 54

Answer :- 4

"Solution = माना की संख्या =x

प्रश्नानुसार , x * ¼ * 1/3= 15

या x = 108

=अभीष्ट संख्या =180 x 8/10 = 54"

6. यदि 738A6A, 11 से भाज्य है, तो A का मान है

1) 6 2) 3 3) 9 4) 1

Answer :- 3

"Solution = सम स्थानों का योग − विषम स्थानों का योग = 0 या 11 से विभाजित हो

= (3 + A + A) - (7 + 8 + 6) = 0

= 3 + 2A - 21 = 0

= 2A = 18

∴ A = 18 ÷ 2 = 9

7.यदि किसी संख्या का ¼ ,72 है , तो उस संख्या का 2/3 क्या होगा ?

1) 54 2) 196 3) 192 4) 64

Answer :- 3

"Solution = माना की संख्या =x तो,

=(x)/4 =72

=x = 288

=2x/3 = 288 * 2/3 = 192 "

8. 10 एंव 120 के बीच में ऐसी संख्याओं में, जो 7 से पूर्णतया विभाजित है जिनमे किसी भी स्थान पर '1 ' आता है?

1) 3 2) 4 3) 5 4) इनमें से कोई नहीं

Answer :- 4

"Solution = 10 एंव 120 के बीच 7 से पूर्णतया विभाजित होने वाली संख्या निम्न है |

14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119

अब, इन संख्याओं में किसी भी स्थान पर अंक 1 वाली संख्या निम्न है

14, 21, 91, 105, 112, 119

अतः उपरोक्त संख्याओं में 1 का अंक कुल 8 बार आता है"

9.12 अगर किसी संख्या के एक चौथाई के 3/5 के दो तिहाई 34 है , तो उस संख्या का 20% कितना होता?

1) 51 2) 68 3)102 4)72

Answer :- 2

"Solution = माना की संख्या =x तो,

=x * ¼ * 3/5 * 2/3 =34

=x= 340

=x का 20% = 68 "

10. 360 के भाजकों की संख्या क्या है?

1) 12 2) 18 3) 24 4) इनमें से कोई नहीं

Answer :- 3

"Solution = 360 के गुणनखण्ड = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

∴ भाजकों की संख्या = (3+1)(2+1)(1+1)

भाजकों की संख्या = $4 \times 3 \times 2 = 24$

11.दो अंकों वाली संख्या और उनके सप्तांश में अंतर 42 हो, तो वह संख्या क्या होगी?

1) 60 2) 45 3)15 4) ज्ञात नहीं कर सकते

Answer :- 4

"Solution = माना की संख्या =x

=x/3 – x/5 =5

=x = 75/2 = 34.5

=जो दो संख्या का पूर्ण संख्या नहीं है "

12. किन्हीं चार उत्तरोत्तर पूर्णांकों का गुणनफल को विभाजित करने वाला अधिकतम पूर्णांक क्या है?

1) 4 2) 6 3) 12 4) 24

Answer :- 4

"Solution = ∵ 1 x 2 x 3 x 4 = 24 अतः चार उत्तरोत्तर पूर्णांकों का गुणनफल को विभाजित करने वाला अधिकतम पूर्णांक 24 है "

13.किसी संख्या का 1/5 उसी संख्या के 1/7 से 10 अधिक है | वह संख्या क्या है ?

1) 125 2) 150 3) 175 4) 200

Answer :- 3

"Solution = माना की संख्या =x

या x = 175

प्रशानानुसार , x/5 – x/7 = 10"

14. यदि दो संख्याओं का योगफल 14 है और उनका अन्तर 10 है, तब इन दोनों संख्याओं का गुणनफल निकालिए?

1) 18 2) 20 3) 24 4) 22

Answer :- 3

"Solution = माना दोनों संख्याएँ क्रमशः a और b है।

प्रश्नानुसार, a + b =14 ....(i)

तथा a - b = 10 ....(ii)

समी (i) और (ii) को जोड़ने पर,

2a = 24 ⇒ a = 12

समी (i) से,

b = 14 - 12 = 2

अतः अभीष्ट गुणनफल = ab = 12 x 2 = 24

15.इस प्रकार की संख्या बताएं जिसका तृतीय उसके पांचवें से 16 बड़े हो ----

1) 120 2) 80 3)70 4)40

Answer :- 1

"Solution = माना की संख्या =x

= x/3 – x/5 = 16

या x = 120"

16. एक संख्या अपने 2/5 से 75 अधिक है, तो वह सांख्या ज्ञात कीजिए।

1) 125 2) 100 3) 112 4) 150

Answer :- 1

"Solution = माना वह संख्या a है।

= तब प्रश्नानुसार, a - 2 / 5a = 75
= 5a - 2a / 5 = 75 ⇒ 3a / 5 = 75
∴ a = 125

17.एक संख्या हा 1/3 भाग उस संख्या के अगली संख्या के ¼ भाग से 1 बड़ा है | वह संख्या है?

1) 10 2) 24 3) 15 4) 27

Answer :- 3

"Solution = माना की संख्या =x

या x/3 – x+1/4 =1

या x = 15"

18. एक भाग के प्रश्न में, भाज्य 3945 है। यदि भागफल तथा शेषफल क्रमशः 32 तथा 9 हैं, तो भाजक क्या होगा?

1) 190 2) 123 3) 135 4) 142

Answer :- 2

"Solution = भाज्य = भाजक x भागफल + शेषफल

= 3956 = भाजक x 32 + 9

= भाजक x 32 = 3945 - 9 = 3936

∴ भाजक = 3936 ÷ 32 = 123

19.यदि कोई संख्या 4 से भाग देने पर अपने से 21 कम हो जाती है, तो वह संख्या है?

1) 18 2) 20 3) 28 4) 38

Answer :- 3

"Solution = माना की संख्या =x

=x/4 = x- 21

या x =28 "

20. 1 / 4 और 3 / 4 के बिच पड़ने वाला परिमेय संख्याओं का युग्म कौन-सा है?

1) 262 / 1000, 752 / 1000
2) 24 / 100, 74 / 100
3) 9 / 40, 31 / 40
4) 252 / 1000, 748 / 1000

Answer :- 4

"Solution = 1 / 4 = 0.25 तथा 3 / 4 = 0.75

केवल विकल्प (d) से,

252 / 1000 = 0.252 तथा 748 / 1000 = 0.748

0.25 तथा 0.75 के बिच पड़ेगी।

वर्ग (Square)

जब किसी दी गई संख्या का उसी संख्या से गुणा किया जाए, तो प्राप्त गुणनफल दी गई संख्या का वर्ग कहलाता है| उदाहरण- 4 का वर्ग = 4^2 = 4 ×4=16

(i) यदि x कोई संख्या हो तो x * x = x^2 को x का वर्ग कहते है।

जैसे- 9 का वर्ग = 9^2 = 81

20 का वर्ग = $(20)^2$ = 400 1. वर्गमूल (Square Root):

किसी दी गई संख्या का वर्गमूल वह संख्या है, जिसका वर्ग करने पर दी गई संख्या प्राप्त होती है| इसे चिन्ह (√) द्वार प्रदर्शित करते है|

उदाहरण- 4 का वर्गमूल √2 है|

चूँकि 5 का वर्ग = 5^2 =25 अत: 25 का वर्गमूल 5 है।

चूँकि 7 का वर्ग= 7^2 =49 अत:49 का वर्गमूल 7 है।

या,√49= 7

वर्गमूल ज्ञात करने की निम्न तीन विधियाँ है|

(i) गुणनखंड विधि (Multiplication Method)

गुणनखंड विधि में दी गयी संख्या के अभाज्य गुणनखंड ज्ञात करते हैं, तत्पश्चात् समानगुणनखंडों के जोड़े बना लेते हैं। फिर प्रत्येक जोड़े से एक गुणनखंड लेकर उसको गुणा करतेहैं और प्राप्त गुणनखंड ही अभीष्ट वर्गमूल होता है।

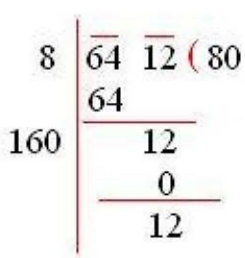
उदाहरण:

576 का वर्गमूल निम्नलिखित प्रकार से निकाला जाएगाः

2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 2 × 3 × 3 = 2 × 2 × 2 × 3 = 24

अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा केवल पूर्ण वर्ग संख्या का ही वर्गमूल निकाला जासकता है।

(ii) भाग विधि (Division Method)



(iii) अनुमान विधि (Guessing Method):-

स्टेप-1 दी गई संख्या को दो ग्रुपों में बांटे| दायी ओर से दो अंकों का एक ग्रुप तथा शेष अंग दूसरे ग्रुप में होगा|

स्टेप-2 दूसरा ग्रुप जिस दो पूर्ण संख्याओं के मध्य में है उस पूर्ण संख्याओं में छोटा अंक अभीष्ट वर्गमूल का इकाई अंक छोड़कर अन्य अंक होगा|

स्टेप-3 अभीष्ट वर्गमूल का इकाई अंक अनुमान विधि से ज्ञात किया जाता है|

<u>कुछ महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्न</u>

1. $(11111)^2$ का मान क्या होगा?

1) 121212121 2) 11344311
3) 12344321 4) 123454321

Answer :- 4

$(11111)^2$ = ?

"Solution = ट्रिक :- यदि संख्या केवल 1 के रूप में दी गयी हो तो उसका वर्ग ज्ञात करना अतः इस प्रकार की संख्याओं का वर्ग का मान , उस संख्या में दिए गए अंको की संख्या के बराबर तक 1 से गिनती लिखते हैं तथा उससे 1अंक कम करके वही से उल्टे क्रम में गिनती लिखते हैं ।

जैसे -

$(11)^2$ = 121,
$(111)^2$ = 12321,
$(1111)_2$ = 123 4321,
$(11111)_2$ = 123454321,
∴ $(11111)^2$ = 123454321,
∴ ? = 123454321

2. $\{(17/119) \times (98/14)\}^2$ बराबर है

1) 5 2) 7 3) 1 4) 9

Answer :- 3

"Solution = {(17/119) × (98/14) }2 = ?
∴ {(17/119) × (98/14) }2 = { (1/7) × 7 }2 = { 1 }2 = 1
∴ ? =1
अतः इसका मान 1 होगा ।

3. $(11)^2 + (9)^2 - (14)^2 + (?) = (3)^2$ में (?) का मान है

1) 6 2) 3 3) 4 4) 1

Answer :- 2

"Solution = दिया है, $(11)^2 + (9)^2 - (14)^2 - (?) = (3)^2$

⇒ 121 + 81 - 196 + ? = 9

⇒ 202 - 196 + ? = 9

∴ ? = 9 - 6 = 3

अतः ? का मान 3 होगा ।

4. 62478078 के वर्गमूल में अंकों की संख्या कितनी है?

1) 4 2) 5 3) 6 4) 3

Answer :- 1

"Solution = 624478078 में अंकों की संख्या = 8 (सम)

यदि किसी दी संख्या में अंकों की सख्या n सम हो , तो उसके वर्गमूल में अंकों की संख्या n/2 होगी ।

∴ वर्गमूल में अंकों की संख्या = 4

अर्थात √624478078 = 7904

5. ?/529 = 329/?

1) 404 2) 408 3) 410 4) 416

Answer :- 4

"Solution = ?/529 = 329/?

= (?)2 = 329 × 529

= (?)2 = 174041

= ? = √174041

= ? = 417.18

= ? = 416 (लगभग)

अतः ? के स्थान पर 416 होगा ।

6. निम्र को हल कीजिए √6.25/0.25 = ?

1) 5 2) 25 3) 50 4) इनमे से कोई नहीं ।

Answer :- 1

"Solution = √6.25/0.25 = ?

∴ √6.25/0.25 = √625/25 = √25 = 5

अतः √6.25/0.25 = 5 होगा

7. $\sqrt{?} + 14 = \sqrt{2601}$

1) 1521 2) 1369 3) 1225 4) 961

Answer :-2

"Solution = $\sqrt{?} + 14 = \sqrt{2601}$

$\Rightarrow \sqrt{?} + 14 = 51$

$\Rightarrow \sqrt{?} = 51 - 14 = 37$

$\Rightarrow ? = (37)^2 = 1369$

$\therefore ? = 1369$

अतः ? के स्थान पर 1369 होगा ।

घन और घनमूल

घन (Cube)

जब किसी दी गई संख्या का तीन बार गुणा किया जाता है, तो प्राप्त गुणनफल दी गई संख्या का घन कहलाता है|

उदाहरण- 3 का घन $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

घनमूल (Cube Root)

किसी दी गई संख्या का घनमूल वह संख्या है जो उसी को तीन बार गुणा करने पर पुनः दी गई संख्या प्राप्त होती है|

किसी संख्या r के घनमूल को $\sqrt[3]{}$ द्वारा निरूपित किया जाता है|

यदि $q = p^3$ हो,तो $p = q^{1/3}$ होता है, अर्थात p,q का घनमूल है|

कुछ महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्न

1. संख्या 19672 में क्या जोड़ें , कि संख्या पूर्ण घन बन जाए ?

(A) 15 (B) 11 (C) 14 (D) 17

Answer:- B

"Solution = ∴ 19672 < 19683

$\Rightarrow 19672 < (27)^3$

∴ 19683 - 19672 =11

अतः संख्या को पूर्ण घन बनाने के लिए संख्या 19672 में 11 जोड़ना होगा ।"

2. 93312 में किस छोटी सी छोटी संख्या से गुणा किया जाये, कि इस प्रकार प्राप्त संख्या एक पूर्ण घन हो?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Answer:- D

"Solution = ∴ 93312 =(2 × 2 × 2) × (2 × 2 × 2) × 2 ×(3 × 3 × 3) × (3 × 3 × 3)

अतः 2 × 2 = 4 से गुणा करने पर एक पूर्ण घन संख्या प्राप्त होगी ।"

3. यदि एक संदूक में कांच की 46656 गोलियां घन के रूप में रखी हुई हैं , तो बताइये कि संदूक में गोलियों की कितनी तहें है ?

(A) 18 (B) 36 (C) 54 (D) 72

Answer:- B

"Solution = गोलियों की तहों की संख्या = $\sqrt[3]{46656}$

$= \sqrt[3]{(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)}$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

∴ गोलियों की तहों की संख्या = 36 होगी ।"

4. $\sqrt[3]{531.441/19.683}$ का मान है

(A) 3.4 (B) 4.9 (C) 3 (D) 9

Answer:- C

"Solution = $\sqrt[3]{531.441/19.683}$ = $\sqrt[3]{531441/19683}$

= $\sqrt[3]{}$(3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3)/(3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3) = (3 × 3 × 3 × 3)/(3 × 3 × 3) = 3

∴ $\sqrt[3]{531.441/19.683}$ = 3

अतः इसका मान 3 होगा ।"

5. [(0.8)^3 - (0.4)^3]/[(0.8)^3 + (0.4)^3] = ?

(A) 8/9 (B) 9/11 (C) 11/23 (D) 7/9

Answer:- D

"Solution = ∵ [(0.8)^3 - (0.4)^3]/[(0.8)^3 + (0.4)^3] = ?

[∴ $a^3 - b^3$ = (a - b)($a^2 + ab + b^2$ तथा $a^3 + b^3$ = (a + b)($a^2 - ab + b^2$]

⇒ [(0.8)^3 - (0.4)^3]/[(0.8)^3 + (0.4)^3] = (0.8 - 0.4)[(0.8)^2 + (0.4)^2 + (0.8 × 0.4)]/ (0.8 + 0.4)[(0.8)^2 + (0.4)^2 - (0.8 × 0.4)]

= 0.4 × [0.64 + 0.16 + 0.32]/1.2 × [0.64 + 0.16 - 0.32] = (0.4 × 1.12)/(1.2 × 0.48)

= (4 × 112) /(12 × 48) = 448/576 = 14/18 = 7/9

∴ [(0.8)^3 - (0.4)^3]/[(0.8)^3 + (0.4)^3] = 7/9

∴ ? = 7/9"

6. (1001)^3 का मान क्या होगा?

(A) 1003003001 (B) 100303001 (C) 100300301 (D) 103003001

Answer:- A

"Solution = ∵ (1001)^3 = ?

(1001)^3 = (1000 + 1)^3

[∴ $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$]

= (1000)^3 + (1)^2 + 3 × 1000 × 1 × (1000 + 1)

= 1000000000 + 1 + 3003000 = 1003003001

∴ (1001)^3 = 1003003001

अतः इसका मान 1003003001 होगा ।"

7. (7 + 2√10) का वर्गमूल होगा ?

(A) 2 (B) (1 + √2) (C) (√2 - 1) (D) (√5 + √2)

Answer:- D

"Solution = (7 + 2√10) = (5 + 2 + 2 × √5 × √2) = (√5)^2 + (√2)^2 + 2 × √5 × √2 = (√5 + √2)^2

∴ (7 + 2√10) का वर्गमूल = √(√5 + √2)^2 = (√5 + √2)

अतः वर्गमूल = (√5 + √2) "

8. √(576) + √(1764) = √?

(A) 4356 (B) 2916 (C) 3136 (D) 3844

Answer:- A

$\sqrt{(576)} + \sqrt{(1764)} = \sqrt{?}$

$\Rightarrow 24 + 42 = \sqrt{?} \Rightarrow 66 = \sqrt{?}$

$\Rightarrow ? = 66^2 \Rightarrow ? = 4356$

$\therefore ? = 4356$"

9. $(9)^2 - (4)^2 = (7)^2 + (3)^2 + 364 \div ?$

(A) 91 (B) 52 (C) 7 (D) 13

Answer:- B

"Solution = $(9)^2 - (4)^2 = (7)^2 + (3)^2 + 364 \div ?$

$\Rightarrow 81 - 16 = 49 + 9 + 364 \div ?$

$\Rightarrow 65 = 58 + 364/?$

$\Rightarrow ? = 364/7$

$\therefore ? = 52$

अतः ? के स्थान पर 52 होगा ।"

10. $(47)^2 - (15)^2$ बराबर है

(A) 1849 (B) 1894 (C) 1984 (D) 1948

Answer:- C

"Solution = $(47)^2 - (15)^2 = ?$

$(47)^2 - (15)^2 = 2209 - 225 = 1984$

वैकल्पिक विधि

हम जानते हैं कि ,

$(a)^2 - (b)^2 = (a + b)(a - b)$

$\therefore (47)^2 - (15)^2 = (47 + 15)(47 - 15) = 62 \times 32 = 1984$

$\therefore ? = 1984$"

भिन्न

<u>भिन्न :-</u> ऐसी संख्या, जिसे p/q के रूप में व्यक्त किया जा सके, जहाँ $q \neq 0$, भिन्न कहलाती है| p को भिन्न का अंश तथा q को भिन्न का हर कहते है|
उदाहरण:- 2/3 एक भिन्न है जिसमे 2 भिन्न का अंश तथा 3 भिन्न का हर है|

भिन्नों के प्रकार
(i) उचित भिन्न (Proper Fraction)
यदि किसी भिन्न का अंश, हर से कम हो, तो ऐसी भिन्न उचित भिन्न कहलाती है|

उदाहरण:-
3/5 में अंश 3, हर 5 से कम है|अत: 3/5 एक उचित भिन्न है|

(ii) अनुचित भिन्न (Improper Fraction)
यदि किसी भिन्न का अंश, हर से अधिक हो, तो ऐसी भिन्न को अनुचित भिन्न कहते है|

उदाहरण:-
10/4 में अंश 10, हर 4 से अधिक है| अत:13/4 एक अनुचित भिन्न है|

(iii) मिश्र भिन्न (Mixed Fraction)

एसी भिन्ने जो पूर्णांकों तथा भिन्नों से मिलकर बनाई जाती है, मिश्र भिन्न कहलाती है|

<u>कुछ महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्न</u>

1. 1.005555… का सही निरूपण है

A. 180 से 185 के मध्य की कोई संख्या/ 180
B. 906 से 909 के मध्य की कोई संख्या / 900
C. 1820 से 1850 के मध्य की कोई संख्या / 1800
D. 100.55/100
Answer:- 1

2. 5/12, 7/13, 4/7, 4/15 और 9/14 में से तीसरा सबसे बड़ा भिन्न कौन सा है?
A. 5/12
B. 7/13
C. 4/7
C. 4/15
Answer:- 2
Solution :- 5/12 = 0.42 ,
= 7/13 = 0.54,
= 4/7 = 0.57,

= 4/15 = 0.27 और
= 9/14 = 0.64
= अतः उपरोक्त सभी भिन्नो के दशमलम मानो से स्पष्ट है कि तीसरी सबसे बड़ी भिन्न का मान 7/13 है | अतः अभीष्ट भिन्न का मान 7/13 होगा ।

3.यदि एक रुपए में पैसों की संख्या .01 गुना बढ़ा दी जाए तो एक पैसे में रुपए की संख्या कितने प्रतिशत कम हो जाएगी

A. 01

B.दोनों के मान समान हो जाएंगे
C. 0.1% घट जाएगा
D. कुछ कह नहीं सकते
Answer:- 2

4. 9/2 - 5/2 का मान है

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
Answer:- 2
Solution :- (9 - 5)/2 = ? (दोनों भिन्नो के हरो का ल .स .प . लेने पर)
= 4/2 = 2 ,
∴ ? = 2
अतः भिन्न का मान 2 होगा ।

5. (9.8360+25845-36540) ÷ 2500= ?

A. 36.585
B. 30.082
C. 32.082

D. इनमे से कोई नही
Answer:- 5

6. यदि 4/5 + 3/20 - 1/P + 1/10 = 11/12 हो, तो P का मान है

A. 15/3
B. 20/15
C. 15/2
D. 11/3
Answer:- 3
Solution :- 4/5 + 3/20 - 1/P + 1/10 = 11/12
= 4/5 + 3/20 + 1/10 - 11/12 = 1/P
= (48 + 9 + 6 - 55)/60 = 1/P
= 1/P = 8/60 = 2/15
=1/P = 2/15

= P = 15/2
= अतः P का मान 15/2 होगा ।

7. एक व्यक्ति कुछ पेंसिले ₹3 में बेचता है यदि उसने उन पेंसिल ओं को तीन पैसे में खरीदा हो उसका लाभ प्रतिशत क्या होगा

A. 990%
B. 0.009%
C. 0.0297+300%

D. 9900%
Answer:- 4

8. (13/63) ÷ (104/14) × (52/19) = ? का मान है

A. 12/173
B 13/171
C. 17/171
D. 18/171
Answer:- 2
Solution :- (13/63) ÷ (104/14) × (52/19) = ?
= ? = (13/63)/(104/14) × 52/19 = (13 × 14)/(63 ×104) × 52/19
= ? = 13 × 7 / 63 × 19
= ? = 13/ 9 × 19 = 13/171
∴ ? = 13/171

9. (98360+25845-36540)÷2500= ?

A. 36.585
B. 30.082
C. 32.082
D. 35.006
इनमे से कोई नही
Answer:- 4

10. {(0.1)^2-(0.01)^2/0.0001+1}=?

A. 1
B. 0.1
C. 100

D. 0.01
Answer:- 4

11. 2/3 - 46/51 का 21/23 का 5/7 = 8/85 का ? में प्रश्नचिन्ह का मान है

A. 1/6
B. 5/6
C. 5/7
D. 2/17
1/3
Answer:- 2

Solution :- 2/3 - 46/51 का 21/23 का 5/7 = 8/85 का ?
=2/3 - 46/51 × 21/23 × 5/7 = 8/85 × ?
= 2/3 - 30/51 = ? × 8/85
= ? = (34 - 30)/51 × 85/8 = 5/6
∴ ? = 5/6

12. 5.6767…… की साधरण भिन्न होगी

A. 112⅜
B. 19¾
C. 12⅓

D. 562/99
Answer:- 4

13. 0.818181…….किस साधारण भिन्न के समान है ?

A. 7/9

B. 9/11
C. 5/7
D. इनमे से कोई नही
Answer:- 2

14. 7.6666…. + 2.6363… + 3.66….. को सरल कीजिए।

A. 14.3333…

B. 13.9696……
C. 12.6666…..
D. 13.6565….
Answer:- 2

15. 5.4242…… किस साधरण भिन्न के समान है

A. 57/13
B. 168/17

C. 179/33
D. इसमें से कोई नही
Answer:- 3

सरलीकरण

यदि किसी प्रश्न में कोष्ठक, ‘का’ भाग, गुणा, जोड़ और घटाव हो तो सर्वप्रथम किस चिन्ह को हल करना है यह जानने के लिए हमे VBODMAS का उपयोग करते है|

V ------> Vineculum (रेखा कोष्ठक)

B ------> Brackets (कोष्ठक)

O ------> of (का)

M ------> Multiplication (गुणा)

A ------> Addition (जोड़)

S ------> Subtraction (घटाव)

अर्थात किसी प्रश्न में सबसे पहले रेखा कोष्ठक ( ) को हल किया जाता है| फिर उसके बाद क्रमश: कोष्ठक, ‘का’ भाग, गुणा, जोड़ और आखिरी में घटाव को हल किया जाता है|

कोष्ठक तीन प्रकार का होता है|

(i) छोटा कोष्ठक (Circular bracket) – ( )

(ii) मध्यम कोष्ठक (Curly bracket) - { }

(iii) बड़ा कोष्ठक (Box of square bracket) - [ ]

उदाहरण-

(I) $10 - [6 + \{2- (4 - 1 - 2 + 3) \}] = ?$

$= 10 - [6 + \{2- (4 - 2) \}]$

$= 10 - [6 + \{2- 2\}]$

$= 10 - [6 + 0]$

$=10 – 6 = 4$

महत्वपूर्ण बीजगणितीय सूत्र-

$a^2- b^2 = (a + b) (a - b)$

$(a+b)^2= a^2+ 2ab + b^2$

$(a-b)^2= a^2- 2ab + b^2$

$(a+b)^2 + (a-b)^2= 2(a^2+b^2)$

$(a+b)^2 - (a-b)^2= 4ab$

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

$(a-b)^3 = a^3- b^3- 3ab(a-b)$

$a^3+ b^3 = (a + b) (a^2 - ab + b^2)$

$a^3- b^3 = (a-b) (a^2 + ab + b^2)$

$(a + b + c +)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

$a^3+ b^3 + c^3- 3abc = (a + b + c) (a^2 + b^2 + c^2- ab - bc - ca)$

यदि $a + b + c = 0$ हो, तो

$a^3+ b^3 + c^3 = 3abc$

उदाहरण:

1. 18800 / 470 / 20

हल:

18800 / 470 / 20

= (18800 / 470) / 20

= 40 / 20 = 2

2. b - [b -(a+b) - {b - (b - a+b)} + 2a]

हल:

b-[b-(a+b)-{b-(b-a+b)}+2a]

= b-[b-a-b-{b-(2b-a)}+2a]

= b-[-a-{b-2b+a}+2a]

= b-[-a-{-b+a}+2a]

= b-[-a+b-a+2a]

= b-[-2a+b+2a]

= b-b

= 0

कुछ महत्वपूर्ण अभ्यास प्रश्न

1. 869.4 + 604.8 = [489.5 - 398.5] × ?

1) 18 2) 14.1 3) 16.8 4) 16.2

Answer :- 4

"Solution = 869.4 + 604.8 = [489.5 - 398.5] × ?

= ? × 91 = 1474.2

= ? = 1474.2/91 = 16.2

∴ ? = 16.2 "

2. 853 + ? ÷ 17 = 1000

1) 2516 2) 2482 3) 2499 4) 16147

Answer :- 3

"Solution = 853 + ? / 17 = 1000

?/ 17 = 1000 – 853 = 147

? = 17 × 147 = 2499 "

3. [1496 - 392] ÷ 23 × 15 = 213 + ?

1) 477 2) 437 3) 539 4) 507

Answer :- 4

"Solution = [1496 - 392] ÷ 23 × 15 = 213 + ?

= 1104/23 × 15 = 213 + ?

= 48 × 15 = 213 + ?

= ? = 720 - 213 = 507
∴ ? = 507
अतः (?) के स्थान पर 507 आएगा "

4. 1332 ÷ 36 × 23 + 287 – 189 = ?

1) 1029 2) 988 3) 850 4) 949

Answer :- 4

"Solution = 1332 ÷ 36 × 23 + 287 – 189 = ?
= 1332/36 × 23 + 287 – 189
= 851 + 287 – 189 = 1138 – 189 = 949 "

5. 3 ÷ [(8 - 5) ÷ {(4 - 2) ÷ (2 + 8/13)}] का मान क्या होगा?

1) 33/71 2) 55/17 3) 13/17 4) ज्ञात नहीं किया जा सकता

Answer :- 3

"Solution = 3 ÷ [(8 - 5) ÷ {(4 - 2) ÷ (2 + 8/13)}] = ?
= ? = 3 ÷ [(8 - 5) ÷ {(4 - 2) ÷ (26 + 8)/13}]
= ? = 3 ÷ [(8 - 5) ÷ {(4 - 2) ÷ 34/13}]
= ? = 3 ÷ [(8 - 5) ÷ {2 × 13/34}]
= ? = 3 ÷ [(8 - 5) ÷ 13/17]
= ? = 3 ÷ [3 × 17/13] = 3 ÷ 51/13 = 3 × 13/51 = 13/17
∴ ? = 13/17
अतः इसका मान 13/17 होगा "

6. 12473 – 1016 – 10137 + 21477 = ? + 8573

1) 15124 2) 14224 3) 14624 4) 14424

Answer :- 2

"Solution = 12473 – 1016 – 10137 + 21477 = ? + 8573
or, ? = 12473 – 1016 – 10137 + 21477 – 8573
or, ? = 14224 "

7. (? ÷ 39) × 13 = 156

1) 468 2) 456 3) 568 4) 556

Answer :- 1

"Solution = (? ÷ 39) × 13 = 156
= ? /39 × 13 = 156 ⇒ ?/3 = 156
= ? = 156 × 3 = 468
∴ ? = 468
अतः (?) के स्थान पर 468 आएगा "

8. 62% of 16850 + 32% of 7345 = 52% of 645 + ?

1) 10328 2) 12462 3) 10358 4) 10748

Answer :- 2

"Solution = 62% of 16850 + 32% of 7345 = 52% of 645 + ?

10447 + 2350.40 = 335.40 + ?

? = 12462 "

9. 1/2 ÷ 1/3 का 1/4 + 2/3 × 3/4 ÷ 1/2 - 5/6 = ?

1) 17/8 2) 21/8 3) 61/6 4) 13/24

Answer :- 3

"Solution = 1/2 ÷ 1/3 का 1/4 + 2/3 × 3/4 ÷ 1/2 - 5/6 = ?⇒ ? = 1/2 ÷ 1/3 × 1/4 + 2/3 × 3/4 ÷ 1/2 - 5/6

= ? = 1/2 ÷ 1/12 + 1/2 ÷ 1/2 - 5/6

= ? = 1/2 × 12 + 1/2 × 2 - 5/6

= ? = 6 + 1/6 = 61/6

∴ ? = 61/6

अतः अभीष्ट उत्तर = 61/6 "

10. 1454 + 2365 + 9710 + 3020 = ?

1) 20718 2) 18121 3) 16549 4) 14226

Answer :- 3

"Solution = 1454 + 2365 + 9710 + 3020 = ?

? = 1454 + 2365 + 9710 + 3020

? = 16549 "

11. 9352 - 2569 + 7153 = 13900 + ? में प्रश्नचिन्ह (?) के स्थान पर क्या आएगा?

1) 9 2) 81 3) 25 4) 36

Answer :- 4

"Solution = 9352 - 2569 + 7153 = 13900 + ?

= ? = 16505 - 2569 - 13900

= ? = 16505 - 16469 = 36

∴ ? = 36

अतः (?) के स्थान पर 36 आएगा "

12. 6992 ÷ 19 – ?% of 652 = – 4196

1) 700 2) 600 3) 300 4) 800

Answer :- 1

"Solution = 6992 ÷ 19 – ?% of 652 = – 4196

368 + 4196 = ?% of 652

?% of 652 = 4564

? = 4564 ÷ 652 × 100

? = 700 "

13. (349 + 583) ÷ 23.3 + 428 = ? ÷ 9

1) 4068 2) 3870 3) 4203 4) 4212

Answer :- 4

"Solution = (349 + 583) ÷ 23.3 + 428 = ? ÷ 9
= 932/23.3 + 428 = ?/9
= 40 + 428 = ?/9
= ? = 468 × 9 = 4212
∴ ? = 4212 "

14. 5 × √? = 735 ÷ 3

1) 7 2) 49 3) 2401 4) 98

Answer :- 3

"Solution = 5 × √? = 735 ÷ 3
5 × √? = 245
√? = 49
? = 2401 "

15. 2/3 - 46/51 का 21/23 का 5/7 = 8/85 का?

1) 1/6 2) 5/6 3) 5/7 4) 2/17

Answer :- 2

"Solution = 2/3 - 46/51 का 21/23 का 5/7 = 8/85 का ?
= 2/3 - 46/51 × 21/23 × 5/7 = 8/85 × ?
= 2/3 - 30/51 = 8/85 × ?
= ? = 4/51 × 85/8 = 5/6
∴ ? = 5/6
अतः (?) के स्थान पर 5/6 आएगा "

16. 1.25 × 844 + 0.5 × 432 + ? = 2500

1) 1229 2) 1341 3) 1339 4) 1489

Answer :- 1

"Solution = 1.25 × 844 + 0.5 × 432 + ? = 2500
5 / 4 × 844 + 1 / 2 × 432 + ? = 2500
? = 2500 – (5 × 211) – 216
? = 2500 – 1271 = 1229 "

17. ? ÷ 0.5 × 24 = 5652

1) 171.75 2) 117.25 3) 171.25 4) 117.75

Answer :- 4

"Solution = ? ÷ 0.5 × 24 = 5652
= ?/0.5 × 24 = 5652
= ? = 5652/48 = 117.75
∴ ? = 117.75

अतः (?) के स्थान पर 117.75 आएगा "

18. 689 × 6156 ÷ 18% of 684 = 28 × 250 ÷ 8 + ? + 4300

1) 27295 2) 29275 3) 29527 4) 29725

Answer :- 2

"Solution = 689 × 6156 ÷ 18% of 684 = 28 × 250 ÷ 8 + ? + 4300

or, 689 × 6156 ÷ 123.12 = 28 × 31.25 + ? + 4300

or, 689 × 50 = 875 + ? + 4300

∴ ? = 34450 – 5175 = 29275 "

19. 887788 - 778877 -101010 -113 = ?

1) 7887 2) 8787 3) 8877 4) इनमे से कोई नहीं

Answer :- 4

"Solution = 887788 - 778877 -101010 -113 = ?

= ? = 887788 - 880000 = 7788

∴ ? = 7788

अतः (?) के स्थान पर 7788 आएगा "

20. 6482.1 × 0.02 + 2281.7 – ? = 882.321 + 1439.31

1) 58.191 2) 39.911 3) 89.711 4) 93.611

Answer :- 3

"Solution = 6482.1 × 0.02 + 2281.7 – ? = 882.321 + 1439.31

∴ 129.642 + 2281.7 – ? = 2321.631

∴ 2411.342 – ? = 2321.631

∴ ? = 89.711"

घातांक एवं करणी

Indices and Surds

घातांक Indices

यदि a कोई शून्येत्तर पूर्णांक को m बार गुणा किया जाए, जहाँ m धनात्मक पूर्णांक है, तो a का m घात प्राप्त होगा, जिसे a^m से निरूपित किया जाता है।

माना a एक वास्तविक संख्या है तथा m एक धन पूर्णांक है, तब

$$a \times a \times a \ldots\ldots m \text{ बार} = a^m$$

इसे a की घात m पढ़ा जाता है। इसमें a को **आधार** तथा m को **घातांक** कहते हैं।

उदाहरण $\left(\frac{a^y}{a^z}\right)^{\frac{1}{yz}} \cdot \left(\frac{a^z}{a^x}\right)^{\frac{1}{zx}} \cdot \left(\frac{a^x}{a^y}\right)^{\frac{1}{xy}}$ को सरल कीजिए।

हल दिए गए व्यंजक से $= (a^{y-z})^{\frac{1}{yz}} \cdot (a^{z-x})^{\frac{1}{zx}} \cdot (a^{x-y})^{\frac{1}{xy}}$

$$= a^{\frac{y-z}{yz}} \cdot a^{\frac{z-x}{zx}} . a^{\frac{x-y}{xy}} = a^{\frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx} + \frac{x-y}{xy}}$$

$$= a^{\frac{xy-xz+yz-yx+xz-yz}{xyz}}$$

$$= a^0 = 1$$

करणी Surds

वे राशियाँ जिनका सटीक (exact) मान नहीं निकाला जा सकता, करणी कहलाती हैं।

माना a एक परिमेय संख्या है तथा m एक धन पूर्णांक है। यदि $a^{1/m}$ एक अपरिमेय संख्या हो, तो $a^{1/m}$ को m घात की करणी कहते हैं।

$a^{1/m} = \sqrt[m]{a} = a$ का mवाँ मूल

महत्त्वपूर्ण तथ्य एवं सूत्र

- किसी द्विपद द्विघात करणी तथा उसके संयुग्मी का गुणनफल सदैव एक परिमेय संख्या होती हैं।
- किसी द्विपद द्विघात करणी का परिमेयकारी गुणक उस करणी का संयुग्मी होता है अर्थात् $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ का परिमेयकारी गुणक $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ होता है।
- समान घात की करणियों का ही योग व अन्तर ज्ञात किया जा सकता है।
- असमान घात की करणियों की गुणा तथा भाग करते समय उनकी घात समान बनायी जाती हैं।
- यदि $a+\sqrt{b} = c+\sqrt{d}$ हों, तब $a = c$ तथा $b = d$ होता है।
- $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{a+b+2\sqrt{ab}}{a-b}$
- $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{a+b}$
- $a^0 = 1$
- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(b^m)^n = b^{mn}$
- $a^{-n} = a^{\frac{1}{n}}$
- यदि $a^m = b^m$ हो, तो $a = b$ या $m = 0$
- यदि $b^x = b^y$ हो, तो $x = y$
- $(ab)^m = a^m b^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
- $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$
- $a^{p/q} = (a^p)^{1/q}$
- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

साधित उदाहरण

1. $\left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} \times \left[\left(\frac{25}{9}\right)^{-\frac{3}{2}} \div \left(\frac{5}{2}\right)^{-3}\right]$ का मान है

(a) 1 (b) 3 (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{3}$

हल (a) $\left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} \times \left[\left(\frac{25}{9}\right)^{-\frac{3}{2}} \div \left(\frac{5}{2}\right)^{-3}\right]$

$$= \left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}} \times \left[\left(\frac{9}{25}\right)^{\frac{3}{2}} \div \left(\frac{2}{5}\right)^{3}\right]$$

$$= \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{\frac{3}{4}} \times \left[\left(\frac{3^2}{5^2}\right)^{\frac{3}{2}} \div \frac{8}{125}\right]$$

$$= \frac{8}{27} \times \left[\frac{27}{125} \times \frac{125}{8}\right] = \frac{8}{27} \times \frac{27}{125} \times \frac{125}{8} = 1$$

2. यदि $10^{0.48} = x, 10^{0.7} = y$ एवं $x^z = y^2$ हो, तो z का मान है

(a) $1\frac{11}{12}$ (b) $2\frac{11}{12}$ (c) $3\frac{11}{12}$ (d) $-2\frac{11}{12}$

हल (b) $10^{0.48} = x, 10^{0.7} = y$

$\because \quad x^z = y^2$

$\Rightarrow \quad (10^{0.48})^z = (10^{0.7})^2 \Rightarrow 10^{0.48z} = 10^{1.4}$

$0.48z = 1.4$

$\Rightarrow \quad z = \frac{1.4}{0.48} = \frac{140}{48} = 2\frac{11}{12}$

3. $\sqrt[4]{3}, \sqrt[6]{10}, \sqrt[12]{25}$ का सही अवरोही क्रम है

(a) $\sqrt[4]{3}, \sqrt[6]{10}, \sqrt[12]{25}$ (b) $\sqrt[6]{10}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[12]{25}$

(c) $\sqrt[12]{25}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[6]{10}$ (d) $\sqrt[12]{25}, \sqrt[6]{10}, \sqrt[4]{3}$

हल (b) यहाँ करणियों की घात 4, 6 व 12 हैं।

4, 6 व 12 का ल.स. = 12

अतः $\sqrt[4]{3} = (3)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{3}{4\times3}} = 3^{\frac{3}{12}} = (3^3)^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{27}$

इसी प्रकार, $\sqrt[6]{10} = \sqrt[12]{10^2} = \sqrt[12]{100}$

$\sqrt[12]{25} = \sqrt[12]{25}$

$\therefore$ अवरोही क्रम $= \sqrt[12]{100}, \sqrt[12]{27}, \sqrt[12]{25} = \sqrt[6]{10}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[12]{25}$

4. $7\sqrt{3} + 5\sqrt{27} + \frac{2}{\sqrt{3}}$ का सरलीकृत मान है

(a) $\frac{78\sqrt{3}}{3}$ (b) $\frac{68\sqrt{3}}{3}$

(c) $\frac{58\sqrt{3}}{3}$ (d) $\frac{48\sqrt{3}}{3}$

हल (b) $7\sqrt{3} + 5\sqrt{27} + \frac{2}{\sqrt{3}}$

$$= 7\sqrt{3} + 5\sqrt{9\times3} + \frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

$$= 7\sqrt{3} + 15\sqrt{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

$$= \left(7 + 15 + \frac{2}{3}\right)\sqrt{3}$$

$$= \left(\frac{21+45+2}{3}\right)\sqrt{3} = \frac{68}{3}\sqrt{3}$$

अभ्यास प्रश्न

1. निम्नलिखित प्रश्न में प्रश्नचिह्न (?) के स्थान पर क्या आना चहिए?

$31^{7.5} \div 31^{3/2} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^?$

(a) 9/2 (b) 6

(c) 7/2 (d) 4

2. $\sqrt{129 + \sqrt{216 + \sqrt{68 + \sqrt{169}}}}$ का मान निकालें।

(a) 13 (b) 15

(c) 9 (d) 12

3. $\frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ किसके बराबर है?

(a) 5 (b) 3

(c) 1 (d) 0

4. निम्नलिखित व्यंजक में m का मान क्या है?

$$\frac{\sqrt{3+m} + \sqrt{3-m}}{\sqrt{3+m} - \sqrt{3-m}} = 2$$

(a) $\frac{5}{7}$ (b) $\frac{7}{5}$ (c) $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{12}{5}$

5. यदि $(64)^{2/3} \times (16)^{-1/2} = 4^n$ हो, तो n का मान है

(a) 1 (b) 0 (c) 27 (d) 81

6. यदि $\frac{(p^3)^2 \times p^4}{p^{10}} = p^r$ हो, तो r का मान है

(a) 26 (b) 2 (c) 1 (d) 0

7. यदि $[3^{m^2} \div (3^m)^2]^{1/m} = 81$ हो, तो m का मान है

(a) 3 (b) 6

(c) -3 (d) -6

8. यदि $2\sqrt{2} \times 2^3 \div 2^{-3/2} = 2^{a+2}$ हो, तो a का मान है

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 8

9. $\dfrac{2^{n+4} - 2\cdot 2^{n}}{2\cdot 2^{n+3}} + 2^{-3}$ का मान है

(a) 2^{n+1} (b) $-2^{n+1} + \dfrac{1}{8}$

(c) $\dfrac{9}{8} - 2^{n}$ (d) 1

10. यदि $\dfrac{9^{n} \times 3^{5} \times (27)^{3}}{3 \times (81)^{4}} = 27$ हो, तो n बराबर है

(a) 0 (b) 2 (c) 3 (d) 4

11. यदि $(\sqrt{3})^{5} \times 9^{2} = 3^{x} \times 3\sqrt{3}$ हो, तब x बराबर है

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

12. $\sqrt{5 + \sqrt[3]{x}} = 3$ हो, तो x का मान है

(a) 125 (b) 64 (c) 27 (d) 9

13. यदि $a^{x} = b^{y} = c^{z}$ तथा $b^{2} = ac$ हो, तो y बराबर है

(a) $\dfrac{xz}{x+z}$ (b) $\dfrac{xz}{2(x-z)}$ (c) $\dfrac{xz}{2(z-x)}$ (d) $\dfrac{2xz}{x+z}$

14. $\dfrac{3^{n+2} - 3^{n}}{3^{n+1} + 3^{n}}$ का मान है, जहाँ n एक वास्तविक संख्या है

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 0

15. $64^{2/3} + 27^{4/3} - 9^{3/2}$ का मान है

(a) 24 (b) 70 (c) 75 (d) 81

16. $(900)^{1/2} \times (0.027)^{1/3} - (0.0081)^{1/4} \times 3^{0} + (5/4)^{-1}$ का मान है

(a) 12 (b) 9.50 (c) 8.75 (d) 9.05

17. यदि $4^{x} - 4^{x-1} = 24$ हो, तो $(2x)^{x}$ का मान है

(a) 25 (b) 125 (c) $\sqrt{5}$ (d) $25\sqrt{5}$

18. $(x^{n}\, y^{-m})^{3} \times (x^{3}y^{2})^{-n}$ का मान है

(a) yx^{3m+2n} (b) y^{3m+2n}
(c) y^{-3m+2n} (d) $y^{-(3m+2n)}$

19. $(x^{5})^{-3/5} \times (b^{5/3})^{-3/4} \times (c^{0})^{3/16}$ का मान होगा

(a) 0 (b) 1
(c) $x^{-3}\, b^{-5/4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

20. $\left\{\left(\sqrt[3]{(81)^{2}}\right)^{3/2}\right\}^{1/4}$ का मान है

(a) 81 (b) 27 (c) 9 (d) 3

21. 166375 का घनमूल 55 है, तो

$\sqrt[3]{166.375} + \sqrt[3]{0.166375} + \sqrt[3]{0.000166375}$ का मान होगा

(a) 6.051 (b) 6.105 (c) 6.501 (d) 6.015

22. यदि $\dfrac{3^{5} \times 9^{6} \times 81^{x+1}}{3 \times 3\sqrt{3}} = 9\sqrt{3}$ हो, तो x का मान है

(a) – 3 (b) – 2 (c) – 4 (d) – 1

23. $(243)^{0.16} \times (243)^{0.04}$ का मान है

(a) 3 (b) 9 (c) 48.3 (d) 243.2

24. $[1 - 2(1-2)^{-1}]^{-1}$ का मान बराबर है

(a) $\dfrac{1}{3}$ (b) $-\dfrac{1}{3}$ (c) –1 (d) $\dfrac{1}{2}$

25. यदि $2^{x-1} + 2^{x+1} = 320$ हो, तो x का मान है

(a) 6 (b) 8 (c) 5 (d) 7

26. यदि $2^{x} = 4^{y} = 8^{z}$ तथा $\left(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{4y} + \dfrac{1}{6z}\right) = \dfrac{24}{7}$ हो, तो z का मान है

(a) $\dfrac{7}{16}$ (b) $\dfrac{7}{32}$ (c) $\dfrac{7}{48}$ (d) $\dfrac{7}{64}$

27. $(64)^{-2/3}\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-2}$ का मान है

(a) 1 (b) 2 (c) $\dfrac{1}{2}$ (d) $\dfrac{1}{16}$

उत्तरमाला

1.	(b)	2.	(d)	3.	(a)	4.	(d)	5.	(a)	6.	(d)	7.	(b)	8.	(a)	9.	(d)	10.	(c)
11.	(d)	12.	(b)	13.	(d)	14.	(a)	15.	(b)	16.	(b)	17.	(d)	18.	(d)	19.	(c)	20.	(d)
21.	(b)	22.	(c)	23.	(a)	24.	(a)	25.	(d)	26.	(c)	27.	(a)						

संकेत एवं हल

1. $31^{7.5} \div 31^{3/2} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^{?}$

$\Rightarrow\ 31^{7.5} \div 31^{1.5} \times 31^{-3} = (\sqrt{31})^{?}$

$\Rightarrow\ 31^{7.5-1.5-3} = (\sqrt{31})^{?}\ \Rightarrow\ 31^{3} = (31)^{?/2}$

$\Rightarrow\ \dfrac{?}{2} = 3\ \Rightarrow\ ? = 6$

2. $\sqrt{129 + \sqrt{216 + \sqrt{68 + \sqrt{169}}}}$

$= \sqrt{129 + \sqrt{216 + \sqrt{68 + 13}}} = \sqrt{129 + \sqrt{216 + \sqrt{81}}}$

$= \sqrt{129 + \sqrt{216 + 9}} = \sqrt{129 + \sqrt{225}} = \sqrt{129 + 15}$

$= \sqrt{144} = 12$

3. $\dfrac{1}{3 - \sqrt{8}} = \dfrac{1}{3 - \sqrt{8}} \times \dfrac{3 + \sqrt{8}}{3 + \sqrt{8}} = (3 + \sqrt{8})$

$\therefore \dfrac{1}{3-\sqrt{8}} - \dfrac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$

$= (3 + \sqrt{8}) - (\sqrt{8} + \sqrt{7}) + (\sqrt{7} + \sqrt{6})$

$- (\sqrt{6} + \sqrt{5}) + (\sqrt{5} + 2)$

$= 3 + \sqrt{8} - \sqrt{8} - \sqrt{7} + \sqrt{7} + \sqrt{6} - \sqrt{6} - \sqrt{5} + \sqrt{5} + 2$
$= 3 + 2 = 5$

5. $(64)^{2/3} \times (16)^{-1/2} = 4^n$

$\Rightarrow \quad (4^3)^{2/3} \times (4^2)^{-1/2} = 4^n$

$\Rightarrow \quad 4^2 \times 4^{-1} = 4^n$

$4^1 = 4^n$

$\therefore \quad n = 1$

6. $\dfrac{(p^3)^2 \times p^4}{p^{10}} = p^r$

$\Rightarrow \quad \dfrac{p^6 \times p^4}{p^{10}} = p^r \Rightarrow \dfrac{p^{10}}{p^{10}} = p^r$

$\Rightarrow \quad p^r = p^0 \Rightarrow r = 0$

7. $\left[3^{m^2} \div (3^m)^2\right]^{1/m} = 81 \Rightarrow \left[\dfrac{3^{m^2}}{3^{2m}}\right]^{1/m} = 3^4$

$\Rightarrow \quad 3^{m^2 - 2m} = 3^{4m} \Rightarrow m^2 - 2m = 4m$

$\Rightarrow \quad m^2 - 6m = 0 \Rightarrow m(m-6) = 0$

$\Rightarrow \quad m = 0, 6$

$m = 0$ के लिए समीकरण परिभाषित नहीं है अत: $m = 6$

8. $2\sqrt{2} \times 2^3 \div 2^{-3/2} = 2^{a+2} \Rightarrow \dfrac{2 \cdot 2^{1/2} \cdot 2^3}{2^{-3/2}} = 2^{a+2}$

$\Rightarrow \quad 2 \cdot 2^{1/2} \cdot 2^3 \cdot 2^{3/2} = 2^{a+2}$

$\Rightarrow \quad 2^{1 + 1/2 + 3 + 3/2} = 2^{a+2}$

$\Rightarrow \quad 2^6 = 2^{a+2} \Rightarrow 6 = a + 2 \Rightarrow a = 4$

9. $\dfrac{2^{n+4} - 2 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^{n+3}} + 2^{-3} = \dfrac{2^n \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^n \cdot 2^3} + \dfrac{1}{2^3}$

$= \dfrac{2^n (16 - 2)}{2^n (16)} + \dfrac{1}{8} = \dfrac{14}{16} + \dfrac{1}{8} = \dfrac{14 + 2}{16} = \dfrac{16}{16} = 1$

12. $\sqrt{5 + \sqrt[3]{x}} = 3 \Rightarrow 5 + \sqrt[3]{x} = 9$

$\Rightarrow \quad \sqrt[3]{x} = 4 \Rightarrow x = 64$

13. माना $a^x = b^y = c^z = k$

$\Rightarrow \quad a = k^{1/x}, b = k^{1/y}$ तथा $c = k^{1/z}$

तथा $\quad b^2 = ac$

$\Rightarrow \quad k^{2/y} = k^{1/x} \cdot k^{1/z}$

$\Rightarrow \quad k^{2/y} = k^{1/x + 1/z}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{2}{y} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{z} \Rightarrow \dfrac{2}{y} = \dfrac{z + x}{xz} \Rightarrow y = \dfrac{2xz}{x + z}$

15. $64^{2/3} + 27^{4/3} - 9^{3/2}$

$= (4^3)^{2/3} + (3^3)^{4/3} - (3^2)^{3/2}$

$= 4^2 + 3^4 - 3^3 = 16 + 81 - 27 = 70$

17. $4^x - 4^{x-1} = 24$

$\Rightarrow \quad 4^x - 4^x \cdot 4^{-1} = 24$

$\Rightarrow \quad 4^x \left(1 - \dfrac{1}{4}\right) = 24 \Rightarrow 4^x \left(\dfrac{3}{4}\right) = 24 \Rightarrow 4^x = \dfrac{24 \times 4}{3}$

$\Rightarrow \quad 4^x = 2^5$

$\Rightarrow \quad 2^{2x} = 2^5 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \dfrac{5}{2}$

अब $\quad (2x)^x = (5)^{5/2} = 25\sqrt{5}$

18. $(x^n y^{-m})^3 \times (x^3 y^2)^{-n}$

$= x^{3n} \cdot y^{-3m} \cdot x^{-3n} \cdot y^{-2n}$

$= x^{3n - 3n} \cdot y^{-3m - 2n} = y^{-(3m + 2n)}$

22. $\dfrac{3^5 \times 9^6 \times 81^{x+1}}{3 \times 3\sqrt{3}} = 9\sqrt{3}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{3^5 \times 3^{12} \times 3^{4x+4}}{3 \times 3 \times 3^{1/2}} = 3^2 \times 3^{1/2}$

$\Rightarrow \quad 3^{5 + 12 + 4x + 4 - 2 - \frac{1}{2}} = 3^{2 + \frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{37}{2} + 4x = \dfrac{5}{2} \Rightarrow 4x = \dfrac{5}{2} - \dfrac{37}{2} = -\dfrac{32}{2}$

$\Rightarrow \quad 4x = -16$

$\Rightarrow \quad x = -4$

23. $(243)^{0.16} \times (243)^{0.04}$

$= (243)^{0.16 + 0.04} = (243)^{0.20} = (3^5)^{1/5} = 3$

24. $[1 - 2(1-2)^{-1}]^{-1} = \left[1 - \dfrac{2}{-1}\right]^{-1} = [1 + 2]^{-1} = 3^{-1} = \dfrac{1}{3}$

25. $2^{x-1} + 2^{x+1} = 320$

$\Rightarrow \quad 2^x \cdot \dfrac{1}{2} + 2 \cdot 2^x = 320 \Rightarrow 2^x \cdot \dfrac{5}{2} = 320$

$\Rightarrow \quad 2^x = \dfrac{320 \times 2}{5} \Rightarrow 2^x = 128 \Rightarrow 2^x = 2^7$

$\Rightarrow \quad x = 7$

26. $2^x = 4^y = 8^z$

माना $\quad 2^x = 2^{2y} = 2^{3z} = 2^k$

$x = k, 2y = k, 3z = k$

$\Rightarrow \quad x = k, y = \dfrac{k}{2}, z = \dfrac{k}{3}$

$\therefore \quad \left(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{4y} + \dfrac{1}{6z}\right) = \left(\dfrac{1}{2 \cdot k} + \dfrac{1}{4 \cdot k/2} + \dfrac{1}{6 \cdot k/3}\right)$

$= \dfrac{1}{2k} + \dfrac{1}{2k} + \dfrac{1}{2k} = \dfrac{3}{2k}$

परन्तु $\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{4y} + \dfrac{1}{6z} = \dfrac{24}{7}$

$\therefore \quad \dfrac{3}{2k} = \dfrac{24}{7}$

$k = \dfrac{3 \times 7}{2 \times 24} = \dfrac{7}{2 \times 8} = \dfrac{7}{16}$

$z = \dfrac{k}{3} = \dfrac{7}{16 \times 3} = \dfrac{7}{48}$

27. $(64)^{-2/3}\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-2} = (4^3)^{-2/3} \times \left(\dfrac{1}{4}\right)^{-2} = (4)^{-2} \times \left(\dfrac{1}{4}\right)^{-2} = 1$