

बीजगणित

1. $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

2. $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

3. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

4. $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$ या $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$

5. $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

6. $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

7. $(a^3 - b^3) = (a - b) \times (a^2 + b^2 + ab)$

8. $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

9. $(a^3 + b^3) = (a + b) \times (a^2 + b^2 - ab)$

10. $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$

11. $a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right)$

12. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

13. यदि $a + b + c = 0$
तो $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

14. यदि $x + \frac{1}{x} = k$
तो $x^2 + \frac{1}{x^2} = k^2 - 2$

15. यदि $x + \frac{1}{x} = k$
तो $x^3 + \frac{1}{x^3} = k^3 - 3k$

16. यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ तो
(i) $x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$

(ii) $x^6 + 1 = 0$

(iii) $x^6 = -1$

17. यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = k$ तो

(i) $\left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{k+2}$

(ii) $x - \frac{1}{x} = \sqrt{k-2}$

18. यदि $x - \frac{1}{x} = k$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = k^2 + 2$

19. If $x - \frac{1}{x} = k$

$x^3 - \frac{1}{x^3} = k^3 + 3k$

20. यदि $x + \frac{1}{x} = k$ (दिया हो)

$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$
 $= (k^2 - 2)(k^3 - 3k) - (k)$
 $= k^5 - 5k^3 + 5k$
 $= k^3(k^2 - 5) + 5k$

21. $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

22. $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

23. यदि $x + \frac{1}{x} = 2$

तो $x = 1$ (हमेशा)

24. यदि $x + \frac{1}{x} = -2$

तो $x = -1$ (हमेशा)

1. यदि $\frac{3x+2y}{3x-2y} = \frac{4}{3}$ है, तो $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ का मान ज्ञात करें।
 (A) $\frac{185}{205}$ (B) $\frac{205}{187}$
 (C) $\frac{14}{3}$ (D) इनमें से कोई नहीं
2. यदि $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 8 = 0$ है तो $(x+y)$ बराबर होगा :
 (A) 1 (B) 0
 (C) 3 (D) -4
3. यदि $x + \frac{1}{x} = 6$ है, तो $\frac{3x}{2x^2+2-5x}$ होगा :
 (A) $\frac{2}{3}$ (B) 0
 (C) 1 (D) $\frac{3}{7}$
4. $\frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}} = \frac{3}{2}$ है, तो $6x$ का मान होगा :
 (A) $\frac{13}{6}$ (B) $\frac{6}{13}$
 (C) 13 (D) इनमें से कोई नहीं
5. यदि $x + \frac{1}{x} = 3$ है, तो $x^4 + \frac{1}{x^4}$ का मान होगा:
 (A) 49 (B) 47
 (C) 45 (D) 42
6. $\frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)} = ?$
 (A) 1 (B) -1
 (C) 0 (D) इनमें से कोई नहीं
7. यदि $x+y = 2xy$ और $x-y = 4xy$ है, तो y^2 का मान होगा :
 (A) $-\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{9}$
 (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

8. यदि $x = (\sqrt{2}+1)$ और $y = (1-\sqrt{2})$, तो $(x^2 + y^2 + xy)$ का मान होगा :
 (A) 7 (B) 8
 (C) 6 (D) 5
9. यदि $x^3 + 3x^2 - kx + 4$ को $(x-2)$, से विभाजित करने पर शेषफल k आता है तो k का मान है :
 (A) 8 (B) 2
 (C) 4 (D) 6
10. यदि $a = -5$, $b = -6$, $c = 10$ है, तो $\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{(ab+bc+ca-a^2-b^2-c^2)}$ का मान होगा :
 (A) -1 (B) 1
 (C) 18 (D) 21
11. यदि $a^{\frac{1}{3}} = 11$ है तो $(a^2 - 331a)$ का मान होगा :
 (A) 1331331 (B) 1331000
 (C) 1334331 (D) 1330030
12. यदि $x + \frac{1}{16x} = 1$ है, तो $64x^3 + \frac{1}{64x^3}$ का मान होगा :
 (A) 40 (B) 52
 (C) 64 (D) 76
13. यदि $2^x = 3^y = 6^{-z}$ है, तो $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$ बराबर है:
 (A) 0 (B) 1
 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$
14. यदि $x^a \cdot x^b \cdot x^c = 1$, तो $a^3 + b^3 + c^3$ बराबर है:
 (A) 9 (B) abc
 (C) $a+b+c$ (D) $3abc$

15. यदि $3^{2x-y} = 3^{x+y} = \sqrt{27}$, तब y का मान है:

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$
(C) 2 (D) $\frac{3}{4}$

16. यदि $a + \frac{1}{a} = 6$ है, तो $a^4 + \frac{1}{a^4}$ होगा :

- (A) 1154 (B) 1158
(C) 1160 (D) 1164

17. यदि $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$ है, तो $a^3 + \frac{1}{a^3}$ होगा :

- (A) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ (B) 0
(C) $3\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{3}$

18. यदि $a = \frac{x}{x+y}$ और $b = \frac{y}{x-y}$, तब $\frac{ab}{a+b}$ है:

- (A) $\frac{xy}{x^2+y^2}$ (B) $\frac{x^2+y^2}{xy}$
(C) $\frac{x}{x+y}$ (D) $\left(\frac{y}{x+y}\right)^2$

19. यदि $a+b=2c$ है, तो $\frac{a}{a-c} + \frac{c}{b-c}$ का मान होगा :

- (A) -1 (B) 1
(C) 2 (D) -2

20. यदि $P = \frac{x^2-36}{x^2-49}$ और $Q = \frac{x+6}{x+7}$ है, तो $\frac{P}{Q}$ का मान होगा :

- (A) $\frac{x-6}{x-7}$ (B) $\frac{x-6}{x+7}$
(C) $\frac{x-7}{x+6}$ (D) $\frac{x+6}{x-7}$

21. यदि $x + \frac{1}{x} = 2$ है और x एक वास्तविक संख्या है तो $x^{17} + \frac{1}{x^{19}}$ का मान ज्ञात करें।

- (A) 1 (B) 0
(C) 2 (D) -2

22. यदि $x + \frac{1}{4x} = \frac{3}{2}$ है, तो $8x^3 + \frac{1}{8x^3}$ का मान होगा :

- (A) 18 (B) 36
(C) 24 (D) 16

23. यदि $x = \frac{4ab}{a+b}$ और $a \neq b$, तब $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b}$ का मान होगा :

- (A) a (B) b
(C) $2ab$ (D) 2

24. यदि $m + \frac{1}{m-2} = 4$, तब $(m-2)^2 + \frac{1}{(m-2)^2}$ का मान होगा :

- (A) -2 (B) 0
(C) 2 (D) 4

25. यदि $a^2 = b+c$, $b^2 = c+a$ और $c^2 = a+b$ है,

तो $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$ का मान होगा :

- (A) abc (B) $a^2b^2c^2$
(C) 1 (D) 0

26. यदि $2x + \frac{1}{3x} = 5$, है, तो $\frac{5x}{6x^2+20x+1}$ का मान होगा :

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$
(C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{7}$

27. यदि $a+b+c=0$ है, तो $\frac{(a^2+b^2+c^2)^2}{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}$ का मान है :

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

28. समीकरण $x^4 - 3x + 2$, $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ और $x^4 - 1$ का म. स. क्या है?

- (A) $x - 1$ (B) $x + 1$
(C) $x^2 - 1$ (D) इनमें से कोई नहीं

29. यदि $x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}}$ है, तो $5x^2 - 5x - 1$ का मान होगा :

- (A) 0 (B) 3
(C) 4 (D) 5

30. यदि $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$ और $a, b \neq 0$, है, तो $a^3 + b^3$ का मान है -

- (A) 0 (B) 1
(C) -1 (D) 2

31. यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ तो $x^{18} + x^{12} + x^6 + 1$ का मान है :

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3

32. x का मान ज्ञात करें जो समीकरण $\sqrt{2x+3} + \sqrt{2x-1} = 2$ को संतुष्ट करेगा :

- (A) 3 (B) 2
(C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

33. सरल करें : $\frac{2x^4 - 162}{(x^2 + 9)(2x - 6)}$

- (A) $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 9}$ (B) $x + 3$
(C) $x - 3$ (D) $\frac{x+3}{x-3}$

34. निम्न समीकरण में x का मान होगा :

$$\frac{2x}{3} + \frac{y}{2} = 4 \text{ और } \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$$

- (A) -5 (B) 5
(C) 4 (D) -4

35. यदि $x + \frac{1}{x} = 2$ और $x \neq 0$ है, तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ मान है :

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

36. यदि $x = a^{2/3} - a^{-2/3}$ है, तो $x^3 + 3x$ होगा.

- (A) $a^2 - \frac{1}{a^2}$ (B) $a^2 + \frac{1}{a^2}$
(C) $a + \frac{1}{a}$ (D) $a - \frac{1}{a}$

37. यदि α और β समीकरण $x^2 + px + q = 0$ के मूल हैं तो $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ का मान होगा :

- (A) $\frac{p^2 - 2q}{q}$ (B) $\frac{p^2 + 2q}{q}$
(C) $\frac{-p^2 - 2q}{q}$ (D) $\frac{-p^2 + 2q}{q}$

38. $\frac{a^2 - b^2 - 2bc - c^2}{a^2 + b^2 + 2ab - c^2}$ के बराबर है :

- (A) $\frac{a+b+c}{a-b+c}$ (B) $\frac{a-b-c}{a+b-c}$
(C) $\frac{a-b-c}{a-b+c}$ (D) $\frac{a-b+c}{a+b+c}$

39. यदि $a^3 - b^3 - c^3 - 3abc = 0$ तो निम्न में से कौन सा एक सत्य है?

- (A) $a = b = c$ (B) $a + b + c = 0$
(C) $a + c = b$ (D) $a = b + c$

40. यदि $xy(x + y) = 1$ है, तो $\frac{1}{x^3 y^3} - x^3 - y^3$ बराबर है :

- (A) 0 (B) 1
(C) 3 (D) -2

41. यदि $ax + by = 6$, $bx - ay = 2$ और $x^2 + y^2 = 4$ है, तो $(a^2 + b^2)$ का मान होगा :

- (A) 2 (B) 4
(C) 5 (D) 10

42. यदि $a + \frac{1}{a+2} = 0$ है, तो $(a+2)^3 + \frac{1}{(a+2)^3}$ का मान है :

- (A) 6 (B) 4
(C) 3 (D) 2

43. यदि $a^3 - b^3 = 56$ और $a - b = 2$ है, तो $(a^2 + b^2)$ का मान ज्ञात करें।

- (A) -12 (B) 20
(C) 18 (D) -10

44. यदि $a + \frac{1}{a} = 1$ है, तो a^3 का मान है :

- (A) 2 (B) -1
(C) 4 (D) -2

45. यदि $x^4 + \frac{1}{x^4} = 23$ है, तो $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ का मान होगा :

- (A) 7 (B) -7
(C) -3 (D) 3

46. यदि $x + \frac{1}{x} = 3$ है तो $x^5 + \frac{1}{x^5}$ का मान है :

- (A) 123 (B) 126
(C) 113 (D) 129

47. यदि $a + b + 1 = 0$ है, तो $(a^3 + b^3 + 1 - 3ab)$ का मान है -

- (A) 3 (B) 0
(C) -1 (D) 1

48. यदि $(a - b) = 3$, $(b - c) = 5$ and $(c - a) = 1$ है तो $\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a + b + c}$ का मान ज्ञात करें।

- (A) 17.5 (B) 20.5
(C) 10.5 (D) 15.5

49. यदि $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, $y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ है, तो $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}$ का मान निकालें :

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\sqrt{3}$
(C) 1 (D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

50. यदि $\sqrt{3} = 1.732$ है तो

$\frac{3 + \sqrt{6}}{5\sqrt{3} - 2\sqrt{12} - \sqrt{32} + \sqrt{50}}$ का मान है :
(A) 4.899 (B) 2.551
(C) 1.414 (D) 1.732

51. यदि $2a - \frac{2}{a} + 3 = 0$, तो $\left(a^3 - \frac{1}{a^3} + 2\right)$ का मान है :

- (A) 5 (B) $-\frac{35}{8}$
(C) $-\frac{40}{7}$ (D) $-\frac{47}{8}$

52. यदि $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ है, तो $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ का मान होगा :

- (A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $2\sqrt{3}$
(C) $\sqrt{3}$ (D) 2

53. यदि $a = 3 + 2\sqrt{2}$ है, तो $\frac{a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^3}$ का मान है -

- (A) 192 (B) 240
(C) 204 (D) 212

54. यदि $x^3 + y^3 = 35$ और $x + y = 5$ है, तो

$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ का मान है :

- (A) $\frac{4}{7}$ (B) $\frac{3}{8}$
(C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{3}{5}$

55. यदि $\frac{x^2}{by+cz} = \frac{y^2}{cz+ax} = \frac{z^2}{ax+by} = 1$ है,

तो $\frac{a}{a+x} + \frac{b}{b+y} + \frac{c}{c+z}$ का मान है -

- (A) -1 (B) 2
(C) 1 (D) -2

56. यदि $(x+1)$ और $(x-2)$, $x^3 + (a+1)x^2 + (b-2)x - 6$ के गुणखंड हैं तो a और b का मान होगा :

- (A) 2 और 8 (B) 1 और 7
(C) 5 और 3 (D) 3 और 7

57. यदि x और $\frac{1}{x}$ का औसत 1 है, तो $8x^{10} + \frac{4}{x^5}$ का मान होगा :

- (A) 12 (B) -12
(C) 0 (D) 1

58. यदि $a+b+c=6$, $a^2+b^2+c^2=14$ हो, तो $bc+ca+ab$ का मान होगा :

- (A) 22 (B) 25
(C) 20 (D) 11

59. यदि $3x^2-4x-3=0$ है, तो $x-\frac{1}{x}$ का मान होगा :

- (A) 3 (B) 4
(C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$

60. यदि $x=11$ है, तो $x^5 - 12x^4 + 12x^3 - 12x^2 + 12x - 1$ का मान होगा :

- (A) 12 (B) 0
(C) 10 (D) 111

61. $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ का गुणखंड ज्ञात करें :

- (A) $(2x+1)^3$ (B) $(2x+1)^2(x+1)$
(C) $(x+1)^3$ (D) इनमें से कोई नहीं

62. जब $f(y) = y^3 + y^2 + 2y + 3$ को $(y+2)$ से विभाजित किया जाता है तो शेषफल ज्ञात करें।

- (A) 5 (B) -5
(C) 4 (D) -4

63. यदि $x+3$ द्विपद $3x^2 + kx + 6$ का गुणक है तो k का मान ज्ञात करें :

- (A) 10 (B) 11
(C) -10 (D) -11

64. a के किस मान के लिए $2x^3 + ax^2 + 11x + a + 3$ $(2x-1)$ से पूर्णतः विभाजित है?

- (A) -4 (B) -5
(C) -6 (D) -7

65. यदि $(x-1)$ और $(x+3)$, बहुपद $x^3 - ax^2 - 13x + b$ का गुणक है तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $a=4$, $b=5$ (B) $a=3$, $b=15$
(C) $a=15$, $b=3$ (D) $a=5$, $b=4$

66. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ पूर्णतः किसके द्वारा विभाजित है :

- (A) $x^3 + 2x - 3$ (B) $x^2 + 2x - 3$
(C) $x^2 + x - 6$ (D) $x^3 + x - 6$

67. यदि $(x-2)$ और $\left(x-\frac{1}{2}\right)$ दोनों व्यंजक

$px^2 + 5x + r$ के गुणक हैं तो निम्न में से सत्य है-

- (A) $p=2r$ (B) $pr=1$
(C) $\frac{p}{r}=1$ (D) इनमें से कोई नहीं

68. $30(x^2 - 3x + 2)$ और $50(x^2 - 2x + 1)$ का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करें :

- (A) $10(x-1)^2$ (B) $10(x-1)^3$
(C) $10(x-1)$ (D) $10(2x-1)$

69. बहुपद $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करें जहाँ :

- $f(x) = 10(x+1)(x-3)^3$
 $g(x) = 15(x-2)(x-3)^2$
 $h(x) = 25(x+5)(x-3)^3$
(A) $5(x-3)^2$ (B) $5(x-3)$
(C) $5(2x-3)$ (D) इनमें से कोई नहीं

70. बहुपदों का लघुत्तम समापवर्तक ज्ञात करें :

- $f(x) = 4(x-1)^2(x^2 + 6x + 8)$ और
 $g(x) = 10(x-1)(x+2)(x^2 + 7x + 10)$
(A) $20(x-1)^2(x+2)^2(x+4)$
(B) $20(x-1)(x+2)^2(x+4)(x+5)$
(C) $20(x-1)^2(x+2)^2(x+4)(x+5)$
(D) इनमें से कोई नहीं

71. हल करें : $30^3 + 20^3 - 50^3$
 (A) - 90000 (B) 90000
 (C) 250000 (D) इनमें से कोई नहीं
72. यदि $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{10}{3}$ और $x + y = 10$ है, तो xy का मान ज्ञात करें।
 (A) 36 (B) 24
 (C) 16 (D) 9
73. यदि α और β समीकरण $x^2 - q(1+x) - r = 0$ के मूल हैं तो $(1+\alpha)(1+\beta)$ हैं :
 (A) $1-r$ (B) $q-r$
 (C) $1+r$ (D) $q+r$
74. द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल एक-दूसरे के व्युत्क्रम होंगे, यदि :
 (A) $a = \frac{1}{c}$ (B) $a = c$
 (C) $ac = b$ (D) $a = b$
75. यदि समीकरण $4x^2 + x(p+1) + 1 = 0$ के दो समान पूर्ण मूल हैं तो p का मान होगा :
 (A) 5 (B) -3
 (C) 0 (D) 3

76. समीकरण पद्धति $2x + ky = 11$ और $5x - 7y = 5$ का कोई हल नहीं है तो k का मान होगा -
 (A) $\frac{13}{5}$ (B) $-\frac{13}{5}$
 (C) $-\frac{14}{5}$ (D) $-\frac{16}{5}$
77. यदि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का एक मूल, दूसरे मूल का तीन गुणा है तो :
 (A) $b^2 = 8ac$ (B) $3b^2 = 16ac$
 (C) $3b^2 = 5ac$ (D) $b^2 + 3ac = 0$
78. यदि $0 < a < 4$ है, तो समीकरण $ax(1-x) = 1$ का:
 (A) दो समान मूल होगा
 (B) एक धनात्मक और एक ऋणात्मक मूल होगा
 (C) दो अपरिमेय मूल
 (D) कोई वास्तविक मूल नहीं होगा
79. यदि व्यंजक $xy - 3x + 5y + c$ को गुणनखंडित किया जाए तो 'c' का मान ज्ञात करें।
 (A) 9 (B) -15
 (C) 15 (D) -9
80. यदि x , 2 से कम है तो निम्न में से कौन-सा कथन सत्य होगा?
 (A) x ऋणात्मक है
 (B) $2x$, x से बड़ा है या बराबर है
 (C) x^2 , x से बड़ा है या बराबर है
 (D) इनमें से कोई नहीं

व्याख्या सहित उत्तर

1. (B) दिया गया है $\frac{3x+2y}{3x-2y} = \frac{4}{3}$

$$\Rightarrow 9x+6y = 12x-8y$$

$$\Rightarrow 14y = 3x$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{14}{3}$$

$$\therefore \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = \frac{(14)^2+(3)^2}{(14)^2-(3)^2} = \frac{205}{187}$$

2. (D) $x^2+y^2+4x+4y+8=0$
 $\Rightarrow (x^2+4x+4) + (y^2+4y+4) = 0$
 $\Rightarrow (x+2)^2 + (y+2)^2 = 0$
 $\therefore x = -2 \text{ \& } y = -2$
 $\Rightarrow x+y = (-2) + (-2) = -4$

3. (D) दिया गया है $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\Rightarrow \frac{3x}{2x^2+2-5x}$$

$$= \frac{3x}{x\left[2x+\frac{2}{x}-5\right]}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2\left[x+\frac{1}{x}\right]-5} = \frac{3}{12-5} = \frac{3}{7}$$

4. (C) $\frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}} = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x+2}+2\sqrt{x-2} = 3\sqrt{x+2}-3\sqrt{x-2}$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{x-2} = \sqrt{x+2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} = \frac{5}{1}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$\Rightarrow \frac{x+2}{x-2} = \frac{25}{1}$$

$$\Rightarrow x+2 = 25x-50$$

$$\Rightarrow 24x = 52$$

$$\Rightarrow x = \frac{52}{24} = \frac{13}{6}$$

$$\Rightarrow 6x = 13$$

5. (B) दिया गया है $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\text{इसलिए, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$= (3)^2 - 2 = 7$$

पुनः वर्ग करने पर

$$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 7^2$$

$$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 49$$

$$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$$

6. (C) दिया गया है

$$\frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)}$$

$$\Rightarrow \frac{c-a+a-b+b-c}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$\Rightarrow \frac{0}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

7. (B) दिया गया है

$$x+y = 2xy \quad \dots(i)$$

$$x-y = 4xy \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$2x = 6xy$$

$$y = \frac{1}{3}$$

तब $y^2 = \frac{1}{9}$

8. (D) $x = (\sqrt{2} + 1)$, और $y = 1 - \sqrt{2}$

$$\therefore x^2 + y^2 + xy = x^2 + y^2 + 2xy - xy$$

$$= (x+y)^2 - xy$$

$$= (\sqrt{2}+1+1-\sqrt{2})^2 - (1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$$

$$= (2)^2 - ((1)^2 - (\sqrt{2})^2)$$

$$= 4 - (-1) = 5$$

9. (A) $(x-2)$ से भाग देने पर शेषफल k है।

$$\therefore x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$\Rightarrow (2)^3 + 3(2)^2 - k \times 2 + 4 = k$$

$$\Rightarrow 8 + 12 - 2k + 4 = k$$

$$\Rightarrow 24 = 3k$$

$$\Rightarrow k = 8$$

10. (B) दिया गया है $a = -5$, $b = -6$ और $c = 10$

$$\therefore a + b + c = (-5) + (-6) + 10 = -1$$

$$\Rightarrow \frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{ab + bc + ca - a^2 - b^2 - c^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}{-(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{-1} = 1$$

11. (B) $a^{1/3} = 11$

$$\Rightarrow a = 11^3 = 1331$$

$$\text{इसलिए, } a^2 - 331a$$

$$\Rightarrow a(a - 331)$$

$$\Rightarrow a(1331 - 331) = 1331 \times 1000$$

$$\Rightarrow 1331000$$

12. (B) $x + \frac{1}{16x} = 1$ दिया गया है

\Rightarrow दोनों तरफ 4 से गुणा करने पर

$$4x + \frac{1}{4x} = 4$$

\Rightarrow दोनों तरफ घन करने पर

$$\left(4x + \frac{1}{4x}\right)^3 = (4x)^3 + \left(\frac{1}{4x}\right)^3 + 3 \times 4x \times \frac{1}{4x} \left(4x + \frac{1}{4x}\right)$$

$$64 = 64x^3 + \frac{1}{64x^3} + 3 \times 4$$

$$\Rightarrow 64x^3 + \frac{1}{64x^3} = 64 - 12 = 52$$

13. (A) दिया गया है $\rightarrow 2^x = 3^y = 6^{-z} = K$

$$\Rightarrow 2 = K^{1/x} \quad \dots(i)$$

$$\Rightarrow 3 = K^{1/y} \quad \dots(ii)$$

$$\Rightarrow 6 = K^{-1/z}$$

$$\Rightarrow 2.3 = K^{-1/z} \quad \dots(iii)$$

(i) और (ii) को गुणा करने पर

$$\Rightarrow 2.3 = K^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \quad \dots(iv)$$

समीकरण (iii) और (iv) से

$$\Rightarrow K^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = K^{-1/z}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{1}{z}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$$

14. (D) $x^a \cdot x^b \cdot x^c = 1$

$$\Rightarrow x^{a+b+c} = x^0$$

$$\Rightarrow a + b + c = 0$$

$$\text{अब, } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \\ (a+b+c=0)$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

15. (A) $3^{2x-y} = \sqrt{27}$

$$3^{x+y} = \sqrt{27}$$

$$\Rightarrow 3^{2x-y} = 3^{3/2} \text{ और } 3^{x+y} = 3^{3/2}$$

$$\text{इसलिए, } 2x-y = \frac{3}{2} \text{ और } x+y = \frac{3}{2}$$

दोनों को जोड़ने पर

$$\Rightarrow 3x = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 1$$

$$\text{इसलिए, } y = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

16. (A) दिया गया है $+\frac{1}{a} = 6$

$$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = (a)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$$

$$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 = \left[\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2\right]^2 - 2$$

$$= [(6)^2 - 2]^2 - 2 = (34)^2 - 2$$

$$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = 1154$$

$$17. (B) \quad \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \times a \times \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= \left(a + \frac{1}{a}\right) \left[\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 3\right]$$

$$= \left(a + \frac{1}{a}\right) (3 - 3) \therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 0$$

$$18. (A) \quad a = \frac{x}{x+y}, b = \frac{y}{x-y}$$

$$\frac{ab}{a+b} = \frac{\left(\frac{x}{x+y}\right)\left(\frac{y}{x-y}\right)}{\left(\frac{x}{x+y}\right) + \left(\frac{y}{x-y}\right)}$$

$$= \frac{xy}{(x+y)(x-y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{x(x-y) + y(x+y)}$$

$$= \frac{xy}{x^2 - xy + xy + y^2}$$

$$\frac{ab}{a+b} = \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

$$19. (B) \quad a + b = 2c \quad \dots \text{दिया गया है}$$

$$a + b = c + c$$

$$b - c = c - a \quad \dots (i)$$

$$\text{ज्ञात करना है, } \frac{a}{a-c} + \frac{c}{b-c} = ?$$

$$\frac{a}{a-c} + \frac{c}{c-a} \quad (\text{समीकरण (i) के द्वारा})$$

$$= \frac{a}{a-c} - \frac{c}{(a-c)} = \frac{a-c}{a-c} = 1$$

$$20. (A) \quad P = \frac{x^2 - 36}{x^2 - 49} \quad \dots \text{दिया गया है}$$

$$P = \frac{(x+6)(x-6)}{(x+7)(x-7)}$$

$$Q = \frac{x+6}{x+7} \Rightarrow \frac{P}{Q} = \left(\frac{x-6}{x-7}\right)$$

$$21. (C) \quad \text{If } x + \frac{1}{x} = 2 \text{ तब } x = 1 \text{ होगा}$$

$$\text{इसलिए, } x^{17} + \frac{1}{x^{19}} = (1)^{17} + \frac{1}{(1)^{19}}$$

$$= 1 + \frac{1}{1} = 2$$

$$22. (A) \quad x + \frac{1}{4x} = \frac{3}{2}$$

दोनों तरफ 2 से गुणा करने पर

$$2x + \frac{1}{2x} = 3$$

दोनों तरफ घन करने पर

$$8x^3 + \frac{1}{8x^3} + 3 \times 2x \times \frac{1}{2x} \left(2x + \frac{1}{2x}\right) = 27$$

$$\Rightarrow 8x^3 + \frac{1}{8x^3} = 27 - 3 \times 3$$

$$\Rightarrow 8x^3 + \frac{1}{8x^3} = 18$$

$$23. (D) \quad x = \frac{4ab}{a+b}$$

$$\frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$$

$$\Rightarrow \frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a} \quad \dots (i)$$

इसी प्रकार

$$\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b} \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$$

$$= \frac{3b+a-3a-3b}{b-a} = \frac{2b-2a}{b-a} = 2$$

छोटी विधि :

$$x = \frac{4ab}{a+b} = \frac{2a \times 2b}{a+b} = 2 \text{ (हमेशा)}$$

24. (C) दिया गया है $m + \frac{1}{m-2} = 4$

$$\Rightarrow \text{इसलिए, } (m-2) + \frac{1}{(m-2)} = 2$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$(m-2)^2 + \frac{1}{(m-2)^2}$$

$$= \left[(m-2) + \frac{1}{(m-2)} \right]^2 - 2$$

$$= (2)^2 - 2 = 2$$

25. (C) दिया गया है $a^2 = b + c$, $b^2 = a + c$ और $c^2 = a + b$

$$\therefore \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$$

इसलिए,

$$\Rightarrow \frac{a}{a+a^2} + \frac{b}{b+b^2} + \frac{c}{c+c^2}$$

$$(\because a^2 = b+c; a+a^2 = a+b+c)$$

इसी प्रकार, $(a+a^2 = b+b^2 = c+c^2 = a+b+c)$

$$= \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{a+b+c}$$

$$= \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1$$

26. (D) दिया गया है

$$2x + \frac{1}{3x} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{6x^2+1}{3x} = 5$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 1 = 5x$$

$$\therefore \frac{5x}{6x^2+20x+1} = \frac{5x}{6x^2+1+20x}$$

$$= \frac{5x}{15x+20x} = \frac{5x}{35x} = \frac{1}{7}$$

27. (D) यदि $a + b + c = 0$

$$\Rightarrow (a+b+c)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$$

$$\Rightarrow (a^2 + b^2 + c^2)^2 = 4(ab + bc + ca)^2$$

$$\Rightarrow \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2ab^2c + 2bc^2a + 2ca^2b} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(b+c+a)} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2} = 4$$

$$(\because a + b + c = 0)$$

28. (A) माना कि

$$p(x) = x^4 - 3x + 2$$

$$= (x-1)(x^3 + x^2 + x - 2)$$

$$q(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$$

और $r(x) = x^4 - 1$

$$= (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$= (x-1)(x+1)(x^2 + 1)$$

$$\therefore \text{म. स. होगा} = x-1$$

29. (C) दिया गया है

$$x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}$$

$$= \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{5-1}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$\therefore 5x^2 - 5x - 1$$

$$= 5 \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2 - 5 \frac{(\sqrt{5}+1)}{2} - 1$$

$$= 5 \left(\frac{5+1+2\sqrt{5}}{4} \right) - \frac{5\sqrt{5}+5}{2} - 1$$

$$= 5 \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right) - \frac{5\sqrt{5} + 5}{2} - 1$$

$$= \frac{15 + 5\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 5 - 2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

30. (A) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} = 1$$

$$a^2 + b^2 - ab = 0$$

$$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$$

$$= (a + b) \times 0 = 0$$

$$\therefore a^3 + b^3 = 0$$

31. (A) दिया है, यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

तो हम जानते हैं

$$x^6 + 1 = 0$$

$$\text{अब, } x^{12} + x^{12} + x^6 + 1$$

$$= x^{12}(x^6 + 1) + 1(x^6 + 1)$$

$$= (x^6 + 1)(x^{12} + 1) = 0$$

32. (D) $\sqrt{2x+3} + \sqrt{2x-1} = 2$

$$\sqrt{2x+3} = 2 - \sqrt{2x-1}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर;

$$2x+3 = 4 + 2x-1 - 4\sqrt{2x-1}$$

$$4\sqrt{2x-1} = 0 \Rightarrow \sqrt{2x-1} = 0$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$2x-1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

33. (B) दिया है, $\frac{2x^4 - 162}{(x^2 + 9)(2x - 6)}$

$$= \frac{2(x^4 - 81)}{2(x^2 + 9)(x - 3)} = \frac{2(x^2 - 9)(x^2 + 9)}{2(x^2 + 9)(x - 3)}$$

$$= \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{(x+3)(x-3)}{x-3} = (x+3)$$

34. (B) दिया है, $\frac{2x}{3} + \frac{y}{2} = 4$... (i)

$$\Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$$
 ... (ii)

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर;

$$\Rightarrow \frac{2x}{3} + \frac{x}{3} = 4 + 1$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{3} = 5 \Rightarrow x = 5$$

35. (B) $x + \frac{1}{x} = 2$

इसलिए, $x = 1$ समीकरण को संतुष्ट करता है।

$\Rightarrow x$ का मान रखने 1 पर

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^3} = (1)^2 + \frac{1}{(1)^3} = 1 + 1 = 2$$

36. (A) $\therefore x = a^{2/3} - a^{-2/3}$

दोनों तरफ घन करने पर

$$x^3 = [a^{2/3} - a^{-2/3}]^3$$

$$x^3 = (a^{2/3})^3 - (a^{-2/3})^3 - 3a^{2/3} \cdot a^{-2/3}$$

$$(a^{2/3} - a^{-2/3})$$

$$x^3 = a^2 - a^{-2} - 3 \times 1 \times x$$

$$= a^2 - \frac{1}{a^2} - 3x$$

$$\Rightarrow x^3 + 3x = a^2 - \frac{1}{a^2}$$

37. (A) α और β समीकरण $x^2 + px + q = 0$ के मूल हैं।

\therefore मूलों का योग

$$\alpha + \beta = \frac{-p}{1}$$

मूलों का गुणनफल

$$\alpha \cdot \beta = \frac{q}{1}$$

$$\therefore \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha \beta}$$

$$= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha \beta}{\alpha \beta} = \frac{(-p)^2 - 2q}{q}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{p^2 - 2q}{q}$$

38. (B) दिया है :-

$$\frac{a^2 - b^2 - 2bc - c^2}{a^2 + b^2 + 2ab - c^2} = \frac{a^2 - (b+c)^2}{(a+b)^2 - c^2}$$

$$= \frac{[a + (b+c)][a - (b+c)]}{(a+b+c)(a+b-c)} = \frac{a-b-c}{a+b-c}$$

39. (D) दिया है :

$$a^3 - b^3 - c^3 - 3abc = 0$$

$$\therefore a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$$

$$\Rightarrow a^3 + (-b)^3 + (-c)^3 = 3abc$$

इसलिए, $a - b - c = 0$

$$a = b + c$$

40. (C) दिया है :

$$xy(x+y) = 1$$

$$\Rightarrow x+y = \frac{1}{xy}$$

इसलिए, $(x+y)^3 = \frac{1}{x^3y^3}$

$$\therefore \frac{1}{x^3y^3} - x^3 - y^3$$

$$= (x+y)^3 - x^3 - y^3$$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x+y) - x^3 - y^3$$

$$= 3xy(x+y)$$

$$[\because xy(x+y)=1]$$

$$= 3$$

41. (D) दिया है :

$$ax + by = 6$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर;

$$\Rightarrow a^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy = 36 \dots (i)$$

और $(bx - ay)^2 = (2)^2$

$$bx - ay = 2$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$b^2x^2 + a^2y^2 - 2abxy = 4 \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$a^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy$$

$$+ b^2x^2 + a^2y^2 - 2abxy = 40$$

$$\Rightarrow x^2(a^2 + b^2) + y^2(a^2 + b^2) = 40$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2)(a^2 + b^2) = 40$$

और $x^2 + y^2 = 4$ (दिया है)

इसलिए, $a^2 + b^2 = \frac{40}{4}$

$$a^2 + b^2 = 10$$

42. (D) दिया है :

$$a + \frac{1}{a+2} = 0$$

दोनों तरफ 2 जोड़ने पर;

$$a + 2 + \frac{1}{a+2} = 2$$

दोनों तरफ घन करने पर;

$$(a+2)^3 + \frac{1}{(a+2)^3} +$$

$$3 \times \left[a + 2 + \frac{1}{a+2} \right] = (2)^3$$

$$\Rightarrow (a+2)^3 + \frac{1}{(a+2)^3} = 8 - 3 \times 2$$

$$\Rightarrow (a+2)^3 + \frac{1}{(a+2)^3} = 2$$

43. (B) दिया है :

$$a^3 - b^3 = 56$$

$$\Rightarrow (a-b)(a^2 + b^2 + ab) = 56$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + ab = 28 \dots (i)$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 = (2)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 4 \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को घटाने पर

$$3ab = 24$$

$$ab = 8$$

समीकरण (i) में $ab = 8$ रखने पर

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 8 = 28$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 20$$

44.(B) दिया है:

$$a + \frac{1}{a} = 1 \quad \dots (i)$$

या, $a^2 + 1 = a \quad \dots (ii)$

$$a^2 + 1 - a = 0$$

$a + 1$ से गुणा करने पर;

$$(a + 1)(a^2 + 1 - a) = 0$$

$$a^3 + 1 = 0$$

इसलिए

$$a^3 = -1$$

45.(D) दिया है:

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 23$$

या, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 23 + 2$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 5 - 2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3$$

46.(A) दिया है:

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर हम पाते हैं -

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2 = 7 \quad \dots (i)$$

अब दोनों तरफ घन करने पर -

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times x \times \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times 3 = 27$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18 \quad \dots (ii)$$

जैसा कि हम जानते हैं;

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (7 \times 18) - 3 \Rightarrow 126 - 3 \Rightarrow 123$$

47.(B) दिया है:

$$a + b + 1 = 0$$

जहाँ $c = 1$

सूत्र के द्वारा, हम जानते हैं कि

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

जब, $a + b + c = 0$ हो।

$c = 1$ रखने पर

$$a^3 + b^3 + 1 = 3ab$$

या, $a^3 + b^3 + 1 - 3ab = 0$

48.(A) दिया है:

$$a - b = 3, b - c = 5 \text{ और } c - a = 1$$

हम जानते हैं कि;

$$\Rightarrow \frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a + b + c}$$

$$\Rightarrow \frac{1(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]}{2(a + b + c)}$$

$$= \frac{1}{2}[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$$

$$= \frac{1}{2}[(3)^2 + (5)^2 + (1)^2]$$

$$= \frac{9 + 25 + 1}{2} = \frac{35}{2} = 17.5$$

49.(C) दिया है:

$$x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \Rightarrow x = 2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x + 1 = 3 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x + 1} = \frac{1}{3 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{x + 1} = \frac{1}{3 - \sqrt{3}} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{6}$$

$$y = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \Rightarrow y = 2+\sqrt{3}$$

$$y+1 = 3+\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y+1} = \frac{1}{3+\sqrt{3}} \times \frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{3-\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{3+\sqrt{3}}{6} + \frac{3-\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{3+\sqrt{3}+3-\sqrt{3}}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} \text{ का मान } = 1$$

50. (D) दिया है:

$$\sqrt{3} = 1.732$$

$$\Rightarrow \frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3}-2\sqrt{12}-\sqrt{32}+\sqrt{50}}$$

$$\Rightarrow \frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3}-4\sqrt{3}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{3+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = 1.732$$

51. (D) दिया है:

$$\Rightarrow 2a - \frac{2}{a} + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2a - \frac{2}{a} = -3$$

$$\Rightarrow a - \frac{1}{a} = -\frac{3}{2}$$

दोनों तरफ घन करने पर;

$$\Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} - 3 \times a \times \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a} \right)$$

$$= -\frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} - 3 \times \frac{-3}{2} = -\frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} = \frac{-27}{8} - \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} = \frac{-27-36}{8} = \frac{-63}{8}$$

$$\Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} + 2 = \frac{-63}{8} + 2$$

$$\Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} + 2 = \frac{-47}{8}$$

$$52. (C) 1+x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)^2$$

उसी तरह,

$$= 1-x = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \sqrt{3}$$

53. (C) दिया है:

$$a = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \times \frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$$

$$= 3-2\sqrt{2}$$

$$a + \frac{1}{a} = 3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2} = 6 \dots (ii)$$

$$= \frac{a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^3}$$

$$= \frac{a^6}{a^3} + \frac{a^4}{a^3} + \frac{a^2}{a^3} + \frac{1}{a^3}$$

$$= a^3 + \frac{1}{a^3} + a + \frac{1}{a}$$

$$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= (6)^3 - 2 \times 6 = 204$$

54. (C) दिया है :

$$x^3 + y^3 = 35 \text{ और } x + y = 5$$

$$x^3 + y^3 = 35$$

$$(x + y)^3 - 3xy(x + y) = 35$$

$$(5)^3 - 3xy(5) = 35$$

$$xy = 6 \text{ ... (iii)}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow x + y = 5 \text{ ... (iv)}$$

समीकरण (iv) में (iii) से भाग देने पर

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

55. (C) दिया है :

$$\frac{x^2}{by + cz} = \frac{y^2}{cz + ax} = \frac{z^2}{ax + by} = 1$$

इसलिए,

$$x^2 = by + cz, y^2 = cz + ax, z^2 = ax + by$$

$$\frac{a}{a+x} + \frac{b}{b+y} + \frac{c}{c+z}$$

$$= \frac{ax}{ax+x^2} + \frac{by}{by+y^2} + \frac{cz}{cz+z^2}$$

$$\Rightarrow \frac{ax}{ax+by+cz} + \frac{by}{by+ax+cz} + \frac{cz}{cz+ax+by}$$

$$\Rightarrow \frac{ax+by+cz}{ax+by+cz} = 1$$

56. (B) दिया है :

प्रश्नानुसार, $(x + 1)$ और $(x - 2)$ समीकरण $x^3 + (a + 1)x^2 - (b - 2)x - 6$ के गुणखंड हैं।

इसलिए,

$$f(-1) = (-1)^3 + (a + 1)(-1)^2 - (b - 2)(-1) - 6 = 0$$

$$\Rightarrow -1 + (a + 1) + (b - 2) - 6 = 0$$

$$a + b = 8 \text{ ... (i)}$$

और $f(2) =$

$$8 + 4a + 4 - 2b + 4 - 6 = 0$$

$$8 + 4a + 4 - 2b + 4 - 6 = 0$$

$$4a - 2b + 10 = 0$$

$$2a - b = -5 \text{ ... (ii)}$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$3a = 3 \Rightarrow a = 1 \text{ और } b = 7$$

57. (A) दिया है :

$$\text{प्रश्नानुसार, } x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ प्रश्न को संतुष्ट करता है।}$$

$$\text{इसलिए, } 8(1)^{10} + \frac{4}{(1)^5} = 8 + 4 = 12$$

58. (D) लघु विधि :

$$\text{दिया है; } a + b + c = 6$$

$$\text{और } a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

इसलिए, $a = 1$, $b = 2$ और $c = 3$ समीकरण को संतुष्ट करता है।

इसलिए,

$$\begin{aligned} ab + bc + ca &= 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 1 \\ &= 2 + 6 + 3 \\ &= 11 \end{aligned}$$

59. (D) दिया है :

$$3x^2 - 4x - 3 = 0$$

\Rightarrow दोनों तरफ x से भाग करने पर;

$$\Rightarrow 3x - 4 - \frac{3}{x} = 0$$

$$\Rightarrow 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 4$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{4}{3}$$

60. (C) दिया है :

$$x = 11$$

$$\begin{aligned} \therefore x^5 - 12x^4 + 12x^3 - 12x^2 + 12x - 1 \\ = (11)^5 - 11(11)^4 - (11)^4 + 11(11)^3 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (11)^3 - 11(11)^2 - (11)^2 + 11(11) + 11 - 1 \\
 & = (11)^5 - (11)^5 - (11)^4 + (11)^4 + (11)^3 - (11)^3 - (11)^2 + (11)^2 + 10 \\
 & = 10
 \end{aligned}$$

61. (A) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

$$\begin{aligned}
 & = (2x)^3 + 3 \times (2x)^2 \times 1 + 3 \times (1)^2 \times 2x + (1)^2 \\
 & = (2x + 1)^3 \\
 & [\text{विधि } a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^2 = (a + b)^3 \text{ द्वारा}]
 \end{aligned}$$

62. (B) $p(y)$ से $P(-2)$ का मान निकालने पर,

$$\begin{aligned}
 p(-2) & = (-2)^3 + (-2)^2 + 2 \times (-2) + 3 \\
 & = -8 + 4 - 4 + 3 = -5
 \end{aligned}$$

इसलिए $\{p(-2)\} = -5$, शेषफल होगा जब $p(y)$ को $(y + 2)$ से विभाजित किया जाता है।

63. (B) बहुपद $p(x) = 3x^2 + kx + 6$

$(x + 3)$, $p(x)$ द्विपद का गुणक है।

$$\begin{aligned}
 \therefore p(-3) & \Rightarrow 3(-3)^2 + k(-3) + 6 = 0 \\
 \Rightarrow 33 - 3k & = 0 \\
 k & = 11
 \end{aligned}$$

64. (D) माना कि $P(x) = 2x^3 + ax^2 + 11x + a + 3$
यदि $(P(x))$, $(2x - 1)$ से पूरी तरह विभाजित होता है, तो $(2x - 1)$, $P(x)$ का एक गुणक है।

$$\therefore P\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\left[\because 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \right]$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + a \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 11 \times \frac{1}{2} + a + 3 & = 0
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{a}{4} + \frac{11}{2} + a + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1 + a + 22 + 4a + 12}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{5a + 35}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 5a = -35 \Rightarrow a = -7$$

65. (B) माना कि $p(x) = x^3 - ax^2 - 13x + b$ है।

यदि $(x - 1)$ और $(x + 3)$, $p(x)$ के गुणक हैं, तो

$$p(1) = 0 \text{ और } p(-3) = 0$$

$$\Rightarrow 1^3 - a \times 1^2 - 13 \times 1 + b = 0 \text{ और}$$

$$(-3)^3 - a(-3)^2 - 13 \times -3 + b = 0$$

$$\Rightarrow 1 - a - 13 + b = 0 \text{ और}$$

$$-27 - 9a + 39 + b = 0$$

$$\Rightarrow a - b = -12 \quad \dots(i)$$

$$\text{और } 9a - b = 12 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) में से (ii) को घटाने पर

$$\Rightarrow (a - b) - (9a - b) = -12 - 12$$

$$\Rightarrow -8a = -24 \Rightarrow a = 3$$

$$(a - b) = -12 \text{ में } a \text{ का मान रखने पर;}$$

$$3 - b = -12 \Rightarrow b = 15$$

66. (B) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$

$f(x)$ का गुणखंड निकालने पर प्राप्त होता है

$$(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 1)$$

इसलिए, $f(x)$ पूर्ण रूप से $x^2 + 2x - 3$ से विभाजित है।

67. (C) माना कि $f(x) = px^2 + 5x + r$ है।

$$(x - 2) \text{ और } \left(x - \frac{1}{2}\right), f(x) \text{ के दो गुणक हैं।}$$

$$\text{इसलिए, } f(2) = 0 \text{ और } f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\left[\because x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ और } x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \right]$$

$$\Rightarrow P \times 2^2 + 5 \times 2 + r = 0$$

$$\text{और } P\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \times \frac{1}{2} + r = 0$$

$$\Rightarrow 4P + 10 + r = 0 \text{ और } \frac{P}{4} + \frac{5}{2} + r = 0$$

$$\Rightarrow 4P + r = -10 \text{ और } \frac{P + 4r + 10}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 4P + r = -10 \text{ और } P + 4r + 10 = 0$$

$$\Rightarrow 4P + r = -10 \quad \dots(i)$$

$$\text{और } P + 4r = -10 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$4P + r = P + 4r$$

$$\Rightarrow 3P = 3r$$

$$\Rightarrow P = r$$

$$\Rightarrow \frac{P}{r} = 1$$

68. (C) माना कि $f(x) = 30(x^2 - 3x + 2)$

$$g(x) = 50(x^2 - 2x + 1)$$

$f(x)$ और $g(x)$ के गुणनफल को छोटे गुणक में लिखें :

$$f(x) = 2 \times 3 \times 5 \times (x-1) \times (x-2)$$

$$g(x) = 2 \times 5^2 \times (x-1)$$

$$\text{महत्तम समापवर्तक} = 10(x-1)$$

69. (A) दिया गया है :

$$f(x) = 2 \times 5 \times (x+1)(x-3)^3$$

$$g(x) = 3 \times 5 \times (x-2)(x-3)^2$$

$$h(x) = 5^2 \times (x+5) \times (x-3)^3$$

$$\text{तब, म. स.} = 5(x-3)^2$$

70. (C) बहुपद को उनके छोटे गुणक में लिखने पर हम पाते हैं कि

$$f(x) = 2^2 \times (x-1)^2 \times (x+2) \times (x+4)$$

$$g(x) = 2 \times 5 \times (x-1) \times (x+2) \times (x+5) \times (x+2)$$

$$\text{या, } g(x) = 2 \times 5 \times (x-1) \times (x+2)^2 \times (x+5)$$

$$\text{ल. स.} = 20(x-1)^2(x+2)^2(x+4)(x+5)$$

71. (A) माना कि $a = 30$, $b = 20$ और $c = -50$

$$\text{तब, } a + b + c = 30 + 20 - 50 = 0$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$\Rightarrow 30^3 + 20^3 + (-50)^3 = 3 \times 30 \times 20 \times (-50) = -90000.$$

72. (D) दोनों तरफ वर्ग करने पर;

$$\left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}\right)^2 = \left(\frac{10}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x+y}{\sqrt{xy}}\right)^2 = \left(\frac{10}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = \frac{100}{9}xy$$

इसलिए, $xy = 9$ क्योंकि $x + y = 10$ दिया गया है।

73. (A) α और β समीकरण $x^2 - qx - (q+r) = 0$ के मूल हैं।

$$\therefore \alpha + \beta = q \text{ और } \alpha\beta = -(q+r)$$

अब

$$(1+\alpha)(1+\beta) = 1 + (\alpha+\beta) + \alpha\beta$$

$$= 1 + q - (q+r)$$

$$(1+\alpha)(1+\beta) = (1-r)$$

74. (B) $f(x) = ax^2 + bx + c$

माना कि α और $\frac{1}{\alpha}$ मूल हैं।

$$\therefore \alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = a$$

75. (D) माना कि समीकरण $4x^2 + x(p+1) + 1 = 0$ के मूल α और α' हैं,

तो मूलों का योग

$$\alpha + \alpha' = -\frac{p+1}{4}$$

$$\Rightarrow \alpha = -\frac{p+1}{8} \quad \dots(i)$$

और मूलों का गुणनफल

$$\alpha \cdot \alpha' = \frac{1}{4} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$\therefore \left(-\frac{p+1}{8}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (p+1)^2 = \frac{64}{4}$$

$$\Rightarrow (p+1)^2 = 16$$

$$\Rightarrow p+1 = \pm 4$$

$$\text{इसलिए, } p = 3, -5$$

76. (C) यदि समीकरण $2x + ky = 11$ और $5x - 7y = 5$ के पद्धति का कोई हल नहीं है, तो

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{k}{-7}$$

$$\therefore k = \frac{-7 \times 2}{5} = \frac{-14}{5}$$

77. (B) यदि पहला मूल α है, तो दूसरा मूल 3α होगा

$$\therefore \alpha + 3\alpha = \frac{-b}{a} \text{ और } \alpha \times 3\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{-b}{4a} \quad \dots(i)$$

$$\text{और } 3\alpha^2 = \frac{c}{a} \quad \dots(ii)$$

$$\alpha^2 = \frac{c}{3a}$$

\Rightarrow समीकरण (i) और (ii) से

$$\left(\frac{-b}{4a}\right)^2 = \frac{c}{3a}$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{16a^2} = \frac{c}{3a} \Rightarrow \frac{b^2}{16a} = \frac{c}{3}$$

$$\Rightarrow 3b^2 = 16ac$$

78. (D) दिया है $ax(1-x) = 1$

$$\Rightarrow ax - ax^2 = 1$$

$$\Rightarrow ax^2 - ax + 1 = 0$$

वास्तविक मूल के लिए, $a^2 - 4a \geq 0$

$$\Rightarrow a(a-4) \geq 0 \Rightarrow a \leq 0 \text{ या } a \geq 4$$

\Rightarrow इसलिए $0 < a < 4$, तो दिए गए समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।

79. (B) दिया है:

$$xy - 3x + 5y + c = 0$$

$$\Rightarrow y(x+5) + 1(-3x+c) = 0$$

$$\Rightarrow y(x+5) - 3\left(x - \frac{c}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow (y-3)(x+5) = 0$$

$$\text{if } \frac{-c}{3} = 5, \text{ i.e., } c = -15$$

80. (D) प्रश्नानुसार,

$$x < 2$$

विकल्प (A) x ऋणात्मक है परंतु x , 1 हो सकता है; इसलिए असत्य है।

विकल्प (B) $2x$, x से बड़ा है या बराबर है, यदि $x = -1$ इसलिए $2x = -2$; यह x से छोटा है इसलिए असत्य है।

विकल्प (C) x^2 , x से बड़ा है या बराबर है।

चरण 1) यदि $x = 1.5$ इसलिए $x^2 = 2.25$ जो x से बड़ा है (सत्य)

चरण 2) यदि $x = 1$ इसलिए $x^2 = 1$ जो x के बराबर है (सत्य)

चरण 3) यदि $x = 0.25$ इसलिए $x^2 = 0.25$, जो x से छोटा है, इसलिए असत्य है।

अभ्यास प्रश्न

1. $\frac{x}{(b-c)(b+c-2a)} = \frac{y}{(c-a)(c+a-2b)}$
 $= \frac{z}{(a-b)(a+b-2c)}$ तब $(x+y+z)$ का मान है :
 (A) $a+b+c$ (B) 0
 (C) 1 (D) 15
2. $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{a^2b - ab^2}$ बराबर है :
 (A) $\frac{1}{a-b}$ (B) $\frac{2}{a-b}$
 (C) $\frac{4}{a-b}$ (D) $\frac{1}{ab}$
3. यदि $a+b+c=0$, तो $a^2+b^2+c^2$ है :
 (A) 0
 (B) $2(a^2-bc)$
 (C) $-4(ab+bc+ca)$
 (D) $-2(ab+bc+ca)$
4. यदि $x = \frac{a-b}{a+b}$, $y = \frac{b-c}{b+c}$, $z = \frac{c-a}{c+a}$ है, तो $\frac{x+1}{x-1} \times \frac{y+1}{y-1} \times \frac{z+1}{z-1}$ का मान ज्ञात करें।
 (A) 1 (B) 0
 (C) -1 (D) 3
5. यदि $3^x + 3^{x+1} = 36$, तो x^x का मान है :
 (A) 64 (B) 3125
 (C) 81 (D) 4
6. $x^{29} - x^{25} + x^{13} - 1$ विभाजित है :
 (A) $(x+1)$ से परंतु $(x-1)$ से नहीं
 (B) $(x-1)$ से परंतु $(x+1)$ से नहीं
 (C) $(x+1)$ और $(x-1)$ दोनों से
 (D) न तो $(x-1)$ से और न ही $(x+1)$ से
7. यदि $x^3 + 6x^2 + 4x + k$, $(x+2)$ से पूर्णतः विभाजित है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।
 (A) 4 (B) 6
 (C) -8 (D) -10
8. यदि $x = a + \frac{1}{a}$ और $y = a - \frac{1}{a}$ है, तो $x^4 + y^4 - 2x^2y^2$ का मान ज्ञात करें।
 (A) 14 (B) 16
 (C) 10 (D) 18
9. यदि $a^4 + b^4 = a^2b^2$ है, तो $(a^6 + b^6)$ का मान ज्ञात करें।
 (A) 0 (B) 1
 (C) -1 (D) 2
10. यदि $a+b+c=0$ है, तो $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$ का मान ज्ञात करें।
 (A) 3 (B) -3
 (C) -1 (D) 1
11. यदि $a = -1.21$, $b = -2.12$ और $c = 3.33$ है, तो $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ का मान ज्ञात कीजिए।
 (A) 0 (B) 1
 (C) 2 (D) 3
12. यदि $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = z^{\frac{1}{3}}$ है, तो $(x+y-z)^3 + 27xyz$ का मान ज्ञात कीजिए।
 (A) 0 (B) 1
 (C) -1 (D) 27
13. यदि $(a-1)^2 + (b+2)^2 + (c+1)^2 = 0$ है तो $2a-3b+7c$ का मान ज्ञात करें।
 (A) 12 (B) 3
 (C) -11 (D) 1
14. $(y-z)^3 + (z-x)^3 + (x-y)^3$ बराबर है :
 (A) $3(y-z)(z+x)(y-x)^3$
 (B) $(x-y)(y+z)(x-z)$
 (C) $3(y-z)(z-x)(x-y)$
 (D) $(y-z)(z-x)(x-y)$

15. यदि $x = b + c - 2a$, $y = c + a - 2b$, $z = a + b - 2c$, है, तो $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy$ का मान होगा -

- (A) 0 (B) $a + b + c$
(C) $a - b + c$ (D) $a + b - c$

16. यदि $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$ और $a^2 + ab + b^2 = 4$ है तो ab का मान है :

- (A) -1 (B) 0
(C) 2 (D) 1

17. यदि $a^2 + b^2 + c^2 = 2(a - b - c) - 3$ है, तो $(a - b + c)$ का मान होगा :

- (A) -1 (B) 3
(C) 1 (D) -2

18. यदि $x^ax^bx^c = 1$ है, तो $a^3 + b^3 + c^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) a (B) abc
(C) $a + b + c$ (D) $3abc$

19. यदि $a^x = b$, $b^y = c$, और $c^z = a$ है, तो xyz का मान होगा :

- (A) 0 (B) 1
(C) $x + y + z$ (D) abc

20. यदि $pqr = 1$ दिया है, तो $\frac{1}{1 + p + q^{-1}} + \frac{1}{1 + q + r^{-1}} + \frac{1}{1 + r + p^{-1}}$ का मान होगा:

- (A) 1 (B) 0
(C) pqr (D) $p + q + r$

21. यदि $a + b + c = 0$ दिया है, तो $\frac{1}{x^b + x^{-c} + 1} + \frac{1}{x^c + x^{-a} + 1} + \frac{1}{x^a + x^{-b} + 1}$ का मान बताएं।

- (A) 1 (B) 0
(C) abc (D) x

22. यदि $a^x = (x + y + z)^y$, $a^y = (x + y + z)^z$, $a^z = (x + y + z)^x$ है, तो -

- (A) $3(x + y + z) = a$
(B) $x + y + z = 0$
(C) $2a = x + y + z$
(D) $x = y = z = \frac{a}{3}$

23. यदि $a + b + c = 3$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ और $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ है, तो abc होगा

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$
(C) $\frac{3}{2}$ (D) 1

24. यदि $a^3 + b^3 = 0$ और $a + b \neq 0$ है, तो

- (A) $a + b = \sqrt{2ab}$ (B) $a + b = a^2b^2$
(C) $a + b = \sqrt{ab}$ (D) $a + b = \sqrt{3ab}$

25. यदि $\frac{7x-3}{x} + \frac{7y-3}{y} + \frac{7z-3}{z} = 0$ है, तो

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ का मान होगा :

- (A) 7 (B) 9
(C) 1 (D) 0

26. यदि $2^x = 4^y = 8^z$ और $\frac{1}{2x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{4z} = 4$ है तो x का मान होगा :

- (A) $\frac{7}{16}$ (B) $\frac{16}{7}$
(C) $\frac{9}{16}$ (D) $\frac{16}{9}$

27. यदि $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ है तो $bc + ca + ab$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) -7 (B) $-\frac{7}{2}$
(C) -8 (D) -14

28. यदि $\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{1}{67}$ है, तो $xy + z$ का मान

ज्ञात कीजिए।

- (A) 20 (B) 21
(C) 22 (D) 23

29. यदि $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$ है, तो $x^{206} + x^{200} + x^{60} + x^{34} + x^{18} + x^{12} + 1$ का मान है -

- (A) 84 (B) 206
(C) 0 (D) 1

30. यदि $\left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{3}$ है, तो $x^{506} + x^{500} + x^{384} + x^{378} + x^{184} + x^{18} + x^{12}$ का मान होगा :

- (A) 84 (B) 206
(C) 0 (D) 1

31. यदि $x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}}$ है, तो $x^2 - x - 1$ के समान है :

- (A) 2 (B) 5
(C) 0 (D) 1

32. यदि $x + \frac{a}{x} = 1$ है, तो $\frac{x^2 + x + a}{x^3 - x^2}$ का मान है :

- (A) $\frac{2}{a}$ (B) $-\frac{2}{a}$
(C) -2 (D) $-\frac{a}{2}$

33. यदि $5x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 1 = 0$ है, तो x और y है :

- (A) $x = 1, y = 2$ (B) $x = 2, y = 1$
(C) $x = 1, y = -1$ (D) $x = -1, y = 1$

34. यदि $x + \frac{1}{x} = a$ है, तो $x^3 + x^2 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}$ का मान होगा :

- (A) $a^3 + a^2$
(B) $a^3 + a^2 - 5a$
(C) $a^3 + a^2 - 3a - 2$
(D) $a^3 + a^2 - 4a - 2$

35. यदि $a^x = b$, $b^y = c$ और $xyz = 1$ है, तो c^z का मान होगा :

- (A) a (B) b
(C) ab (D) a/b

36. यदि $(3.7)^x = (0.037)^y = 10000$, तो $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ का मान ज्ञात कीजिए :

- (A) 1 (B) 2
(C) $1/2$ (D) $1/4$

37. यदि $p^x = r^y = m$ और $r^w = p^z = n$, तो निम्न में से कौन सत्य है?

- (A) $xw = yz$ (B) $xz = yw$
(C) $x + y = w + z$ (D) $x - y = w - z$

38. यदि $x = \left(a + \sqrt{a^2 + b^3}\right)^{1/3} + \left(a - \sqrt{a^2 + b^3}\right)^{1/3}$, तो $x^3 + 3bx - 2a$ का मान ज्ञात कीजिए :

- (A) $2a^3$ (B) $-2a^3$
(C) 1 (D) 0

39. यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ है, तो $x^{17} + \frac{1}{x^{17}}$ का मान होगा :

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $-\sqrt{3}$
(C) 1 (D) 0

40. यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ है, तो $x^6 + \frac{1}{x^6} + 2$ का मान होगा :

- (A) $\sqrt{3}$ (B) 2
(C) 1 (D) 0

41. यदि $x = 2^{1/3} + 2^{-1/3}$ है, तो $2x^3 - 6x$ का मान होगा :

- (A) 5 (B) -5
(C) 1 (D) 0

42. 2022×2023 से वह कौन सी छोटी संख्या/अंक घटाया जाए कि अंतर एक पूर्ण वर्ग हो?

- (A) 2022 (B) 2023
(C) 2021 (D) 2024

43. यदि $a^2 = by + cz$, $b^2 = cz + ax$ और $c^2 = ax + by$ है, तो $\frac{x}{a+x} + \frac{y}{b+y} + \frac{z}{c+z}$ का मान होगा :
- (A) $a + b + c$ (B) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$
(C) 1 (D) 0
44. यदि $x + \frac{1}{x} = 1$ है, तो $x^{12} + x^9 + x^6 + x^3 + 1$ का मान क्या होगा?
- (A) -1 (B) -2
(C) 1 (D) 2
45. यदि $\frac{x}{1} = \frac{\sqrt{m+3n} + \sqrt{m-3n}}{\sqrt{m+3n} - \sqrt{m-3n}}$, तो $2mx - 3nx^2$ का मान ज्ञात कीजिए।
- (A) $3n$ (B) $3m$
(C) $2n$ (D) $2m$
46. $\frac{x+y+z}{x^{-1}y^{-1} + y^{-1}z^{-1} + z^{-1}x^{-1}}$ के बराबर है :
- (A) $\frac{1}{xyz}$ (B) $\frac{z}{xy} + \frac{x}{yz} + \frac{y}{xz}$
(C) $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{xz}$ (D) xyz
47. यदि $a + b + c = 0$ है, तो $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{c^2 - ab}$ का मान होगा :
- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) -2
48. यदि $2^a + 3^b = 17$ और $2^{a+2} - 3^{b+1} = 5$ है, तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।
- (A) 4, 3 (B) 3, 2
(C) 2, 3 (D) 1, 0
49. यदि $\frac{x}{(2x+y+z)} = \frac{y}{(x+2y+z)} = \frac{z}{(x+y+2z)} = a$ और $x + y + z \neq 0$ है तो a का मान होगा :
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{8}$

50. यदि $\frac{x^3 + 3x}{3x^2 + 1} = \frac{189}{61}$, तो x का मान ज्ञात कीजिए:
- (A) ± 9 (B) 9
(C) 1 (D) 0
51. यदि $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ है, तो $a^3 + b^3 + c^3$ का मान होगा :
- (A) $3abc$ (B) $3a^2b^2c^2$
(C) $-3(abc)$ (D) इनमें से कोई नहीं
52. यदि $a(x - a^2) - b(x - b^2) = 0$ है, तो x का मान है :
- (A) $\frac{(-a+b)(a^2 + ab + b^2)}{a+b}$
(B) $\frac{a^3 + b^3}{(a-b)}$ (C) $\frac{a^3 - b^3}{(a+b)}$
(D) $a^2 + ab + b^2$
53. यदि $ab + bc + ca = 0$ है, तो $\left(\frac{1}{a^2 - bc} + \frac{1}{b^2 - ca} + \frac{1}{c^2 - ab} \right)$ का मान है :
- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) -2
54. यदि $a + b + c = 0$ है, तो $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{(bc + ca + ab)}$ का मान है:
- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) -2
55. $\frac{(x^2 - y^2)^3 + (y^2 - z^2)^3 + (z^2 - x^2)^3}{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3}$ बराबर है :
- (A) $(x^2 - y)(y^2 - z^2)(z^2 - x^2)$
(B) $3(x-y)(8y-z)(z-x)$
(C) $(x+y)(y+z)(z+x)$
(D) $3(x+y)(y+z)(z+x)$

56. यदि $x = a^{\frac{2}{3}} - a^{-\frac{2}{3}}$ है, तो $x^3 + 3x$ का मान है:

- (A) $a^2 - \frac{1}{a^2}$ (B) $a^2 + \frac{1}{a^2}$
(C) $a + \frac{1}{a}$ (D) $a - \frac{1}{a}$

57. यदि $a + b + c = 0$ है, तो $\frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} +$

- $\frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{a^2 + c^2 - b^2}$ का मान होगा :
(A) 0 (B) 1
(C) 3 (D) $a + b + c$

58. यदि $y + \frac{1}{z} = 1$ और $x + \frac{1}{y} = 1$ है, तो xyz का मान है :

- (A) 1 (B) -1
(C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

59. यदि $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$ है, तो $x^{31} + y^{35}$ का मान है :

- (A) -1 (B) 0
(C) 1 (D) 2

60. यदि $a^2 = b + c$, $b^2 = c + a$ और $c^2 = a + b$

है, तो $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$ का मान होगा :

- (A) abc (B) $a^2b^2c^2$
(C) 1 (D) 0

61. यदि $a^2 + b^2 + 2b + 4a + 5 = 0$, तो $\frac{a-b}{a+b}$ का

मान होगा :

- (A) 3 (B) -3
(C) $\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$

62. यदि $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$, तो $x - y$ है :

- (A) 4 (B) -4
(C) 0 (D) 8

63. यदि $a^3 - b^3 - c^3 - 3abc = 0$, तो
(A) $a = b = c$ (B) $a + b + c = 0$
(C) $a + c = b$ (D) $a = b + c$

64. यदि $p = 124$ है, तो $\sqrt[3]{p(p^2 + 3p + 3) + 1}$ का मान होगा।

- (A) 5 (B) 7
(C) 123 (D) 125

65. यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3$, तो $\frac{2a^2 + 3c^2 + 4e^2}{2b^2 + 3d^2 + 4f^2}$ है :

- (A) 2 (B) 3
(C) 4 (D) 9

66. यदि $a = 25$, $b = 15$, $c = -10$ तो

$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}$ का मान है -
(A) 30 (B) -15
(C) -30 (D) 15

67. यदि $a^2 + b^2 = 2$ and $c^2 + d^2 = 1$ है, तो $(ad - bc)^2 + (ac + bd)^2$ का मान है -

- (A) -1 (B) 0
(C) 1 (D) 2

68. यदि समीकरण $ax^2 - bx + c = 0$ का मूल $\sin \theta$ और $\cos \theta$ है, तो निम्न में से कौन सत्य है?

- (A) $a^2 + b^2 + 2ac = 0$
(B) $a^2 - b^2 + 2ac = 0$
(C) $a^2 - b^2 + 2ab = 0$
(D) $a^2 - b^2 - 2ac = 0$

69. यदि $a = -5$, $b = -6$, $c = 10$, तो

$\frac{(a^3 + b^3 + c^3) - 3abc}{(ab + bc + ca - a^2 - b^2 - c^2)}$ का मान है :
(A) -1 (B) 0
(C) 1 (D) 2

70. यदि a , b , c वास्तविक संख्या है और $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ है, तो a , b , c के बीच में संबंध है -

- (A) $a + b = c$ (B) $a + c = b$
(C) $a = b = c$ (D) $b + c = a$

71. यदि $a + b + c = 0$ है, तो $\frac{3(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ का मान है :

- (A) 3 (B) -1
(C) 1 (D) -3

72. यदि $ax^2 + bx + c = a(x-p)^2$ है, तो a, b, c के बीच संबंध है :

- (A) $abc = 1$ (B) $b^2 = 4ac$
(C) $b^2 = ac$ (D) $2b = a + c$

73. यदि $\frac{a}{1-a} + \frac{b}{1-b} + \frac{c}{1-c} = 1$ है, तो

$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) 1
(C) 3 (D) 4

74. यदि $\frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}} = 14$ है, तो x का मान ज्ञात करें।

- (A) 0 (B) ± 1
(C) ± 2 (D) ± 3

75. यदि $(a^2 + b^2)^3 = (a^3 + b^3)^2$ है, तो $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ का मान ज्ञात करें।

- (A) $-\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$
(C) 0 (D) 1

76. यदि $x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$ है, तो $x^3 - 3mx^2$

+ $3x - m$ का मान ज्ञात कीजिए :

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) -1

77. $(x-9)(x-2)$ का न्यूनतम मान है :

- (A) 0 (B) $\frac{49}{4}$
(C) $-\frac{49}{4}$ (D) 9

78. यदि $a = 997, b = 998, c = 999$ है, तो $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ का मान ज्ञात कीजिए :

- (A) 3 (B) 0
(C) 1 (D) -3

79. यदि $\frac{13}{37} = \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$ है, तो x, y और z ज्ञात कीजिए :

- (A) $2, 1, \frac{11}{2}$ (B) $\frac{11}{2}, 1, 2$
(C) $\frac{11}{2}, 2, 1$ (D) $2, \frac{11}{2}, 1$

80. यदि $x^2 + 2 = 2x$ है, तो $x^4 - x^3 + x^2 + 1$ का मान है -

- (A) ± 1 (B) 1
(C) -1 (D) 0

81. यदि $x = 5 - 2\sqrt{6}$ और $xy = 1$ है, तो

$\frac{x^3 + 3xy + y^3}{x^2 - 2xy + y^2}$ का मान ज्ञात कीजिए :

- (A) $\frac{976}{93}$ (B) $\frac{973}{96}$
(C) $\frac{976}{96}$ (D) $\frac{973}{93}$

82. यदि $x + \frac{1}{x} = 3$ है, तो $\frac{7x}{x^2 + 1 - 2x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 7 (B) -7
(C) 1 (D) 0

83. यदि $x + \frac{1}{x} = 5$ है, तो $\frac{5x}{7x^2 - 3x + 7}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $\frac{5}{32}$ (B) $\frac{32}{5}$
(C) 0 (D) 1

84. यदि $\frac{2P}{P^2 - 2P + 1} = \frac{1}{4}$ है, तो $P + \frac{1}{P}$ होगा :

- (A) 1 (B) 0
(C) 10 (D) -10

85. सरल करें : $\frac{1 + 876543 \times 876545}{876544 \times 876544}$

- (A) 1 (B) 0
(C) -1 (D) 2

86. यदि $x = 16$ है, तो $(x^4 - 17x^3 + 17x^2 - 17x + 17)$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 1 (B) 0
(C) 3 (D) 2

87. यदि $x = 12$ है, तो $(x^4 - 13x^3 + 15x^2 - 13x + 13)$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 17 (B) 289
(C) -289 (D) 0

88. $\left[999\frac{95}{99}\right] \times 99$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 98896 (B) 99996
(C) 98996 (D) 89996

89. K के किस मान के लिए समीकरण $[(2a)(4a)(10a)(11a) + ka^4]$ एक पूर्ण वर्ग होगा?

- (A) 30 (B) 20
(C) 36 (D) 42

90. यदि $x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$ है, तो $x + \frac{1}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $\sqrt{13}$ (B) $-\sqrt{13}$
(C) 1 (D) 0

91. यदि $x + \frac{1}{x} = 5$ है, तो $x^2 - \frac{1}{x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 3 (B) 7
(C) $-5\sqrt{21}$ (D) $5\sqrt{21}$

92. यदि $x + \frac{1}{x} = 1$ है, तो x^3 का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) -1 (B) 0
(C) 2 (D) 1

93. यदि $x + \frac{1}{x} = 1$ है, तो $x^{17} + \frac{1}{x^{17}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) 1
(C) -1 (D) 2

94. यदि $x + \frac{1}{x} = 1$ है, तो $(x^{208} + x^{205} + x^{204} + x^{201})$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) 1
(C) -1 (D) 2

95. यदि $x + \frac{1}{x} = 5$ है, तो $\frac{x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3x + 1}{x^4 + 1}$ का मान ज्ञात कीजिए:

- (A) $\frac{26}{43}$ (B) $\frac{23}{43}$
(C) $\frac{43}{23}$ (D) $\frac{46}{26}$

96. यदि $x^4 + \frac{1}{x^4} = 194$ है, तो $x^3 + \frac{1}{x^3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 76 (B) 26
(C) 64 (D) 52

97. यदि $x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$ है, तो $x^3 + \frac{1}{x^3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $10\sqrt{13}$ (B) $-10\sqrt{13}$
(C) 0 (D) 1

98. यदि $x + \frac{1}{x} = 5$ है, तो $x^3 - \frac{1}{x^3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $-24\sqrt{21}$ (B) 1
(C) $24\sqrt{21}$ (D) 0

99. यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ है, तो $x^3 + \frac{1}{x^3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) 1
(C) 3 (D) 4

100. यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ है, तो $x^{17} + \frac{1}{x^{17}}$ का मान होगा :

- (A) $\sqrt{3}$ (B) 0
(C) 1 (D) $-\sqrt{3}$

101. यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ है, तो $x^{308} + x^{302}$ का मान होगा :

- (A) 0 (B) 1
(C) $\sqrt{3}$ (D) $-\sqrt{3}$

102. यदि $x + \frac{1}{x} = 3$ है, तो $x^5 + \frac{1}{x^5}$ का मान है :

- (A) 123 (B) 1
(C) 0 (D) 127

103. यदि $x = 7 + 4\sqrt{3}$ है, तो \sqrt{x} का मान है :

- (A) $2 + \sqrt{3}$ (B) $2 - \sqrt{3}$
(C) 0 (D) 1

104. यदि $x = 11 + 6\sqrt{3}$ है, तो \sqrt{x} का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $2 + \sqrt{3}$ (B) $3 - \sqrt{2}$
(C) $3 + \sqrt{2}$ (D) $2 - \sqrt{3}$

105. यदि $x = 22 + 8\sqrt{6}$ है, तो \sqrt{x} का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $4 + \sqrt{6}$ (B) $4 - \sqrt{6}$
(C) $6 + \sqrt{7}$ (D) $7 - \sqrt{6}$

106. यदि $x = 97 + 8\sqrt{6}$ है, तो \sqrt{x} का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $4 - \sqrt{6}$ (B) $4\sqrt{6} + 1$
(C) $4\sqrt{6} - 1$ (D) $4 + \sqrt{6}$

107. यदि $x = 38 + 5\sqrt{3}$ है, तो \sqrt{x} का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 1 (B) 0
(C) $\frac{5\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{5\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}$

108. यदि $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ है, तो $\sqrt{1+x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$
(C) $2 - \sqrt{3}$ (D) $2 + \sqrt{3}$

109. यदि $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$ और $a + b + c \neq 0$ है, तो $a + b + c$ ज्ञात करें।

- (A) $a = b = c$ (B) $a + b = c$
(C) $a + c = b$ (D) $a = b + c$

110. यदि a, b, c त्रिभुज की भुजाएं हैं और $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ है तो त्रिभुज है -

- (A) समबाहु (B) समकोण
(C) समद्विबाहु (D) इनमें से कोई नहीं

111. यदि $a = 997$, $b = 998$ और $c = 999$ है, तो $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) 8982
(C) 1 (D) 4491

112. यदि $a = 36$, $b = 36$ और $c = 37$ है, तो $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) 1
(C) 218 (D) 109

113. यदि $a + b + c = 0$ है, तो $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2 - bc}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3

114. यदि $x^{\frac{1}{4}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}} = 1$ है, तो $x^{1024} + \frac{1}{x^{1024}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) -1
(C) 1 (D) 2

115. यदि $x = 3 + 2\sqrt{2}$ और $xy = 1$ है, तो

$\frac{x^3 + 3xy + y^3}{x^2 - 2xy + y^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $\frac{209}{11}$ (B) $\frac{209}{37}$
(C) $\frac{205}{37}$ (D) $\frac{201}{32}$

116. यदि $a = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ और $b = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ है, तो

$\frac{a^2-b^2}{ab} + a + b$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $4 - 8\sqrt{3}$ (B) 0
(C) $4 + 8\sqrt{3}$ (D) -1

117. यदि $x + \frac{a}{x} = 1$ है, तो $\frac{x^2+x+a}{x^3-x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $-\frac{2}{a}$ (B) $\frac{2}{a}$
(C) 0 (D) 1

118. यदि $a + b = 5$ और $a^2 + b^2 = 13$ है, तो $a - b$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) -1
(C) 2 (D) 1

119. यदि $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$ है, तो

$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) -1
(C) 1 (D) 2

120. यदि $x\left(3 - \frac{2}{x}\right) = \frac{3}{x}$ है, तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $\frac{22}{9}$ (B) $-\frac{22}{9}$
(C) $-\frac{26}{9}$ (D) $\frac{26}{9}$

121. यदि $x = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ और $xy = 1$ है, तो

$\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) $\frac{3}{7}$ (B) $\frac{3}{4}$
(C) $\frac{4}{3}$ (D) 0

122. $\frac{x^2}{y^2} + 2t + \frac{y^2}{x^2}$, t के किस मान के लिए यह पूर्ण वर्ग है?

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 0

123. यदि $x = 2 + \sqrt{3}$ है, तो $x^2 - 4x + 2$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (A) 0 (B) -1
(C) 1 (D) 2

व्याख्या सहित उत्तर

$$1. (B) \frac{x}{(b-c)(b+c-2a)}$$

$$= \frac{y}{(c-a)(c+a-2b)}$$

$$= \frac{z}{(a-b)(a+b-2c)} = k$$

$$x = k(b-c)(b+c-2a) = k[b^2 - c^2 - 2a(b-c)]$$

$$y = k(c-a)(c+a-2b) = k[c^2 - a^2 - 2b(c-a)]$$

$$z = k(a-b)(a+b-2c) = k[a^2 - b^2 - 2c(a-b)]$$

$$x + y + z = k[b^2 - c^2 + c^2 - a^2 + a^2 - b^2 - 2a(b-c) - 2b(c-a) - 2c(a-b)]$$

$$= k[-2ab + 2ac - 2bc + 2ab - 2ac + 2bc]$$

$$= 0$$

$$2. (C) \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{a^2b - ab^2} = \frac{4ab}{ab(a-b)}$$

$$= \frac{4}{a-b}$$

$$3. (D) a + b + c = 0$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$$

$$4. (C) \frac{x}{1} = \frac{a-b}{a+b}$$

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{a-b+a+b}{a-b-a-b} = \frac{2a}{-2b} = -\frac{a}{b}$$

इसी तरह,

$$\frac{y+1}{y-1} = -\frac{b}{c} \text{ और } \frac{z+1}{z-1} = -\frac{c}{a}$$

अतः,

$$\frac{x+1}{x-1} \times \frac{y+1}{y-1} \times \frac{z+1}{z-1}$$

$$= \left(-\frac{a}{b}\right) \times \left(-\frac{b}{a}\right) \times \left(-\frac{c}{a}\right) = -1$$

$$5. (D) 3^x + 3^{x+1} = 36$$

$$3^x [1 + 3] = 36$$

$$3^x \times 4 = 36 \Rightarrow 3^x = 9 = 3^2$$

$$x = 2$$

$$x^x = 2^2 = 4$$

$$6. (B) f(x) = x^{29} - x^{25} + x^{13} - 1$$

$$x + 1 = 0 \text{ रखें}$$

$$x = -1$$

$$f(-1) = (-1)^{29} - (-1)^{25} + (-1)^{13} - 1$$

$$= -1 + 1 - 1 - 1 = -2$$

अतः $(x+1)$ बहुपद का मूल नहीं है।

$$x - 1 = 0 \text{ रखने पर}$$

$$x = 1$$

$$f(1) = (1)^{29} - (1)^{25} + (1)^{13} - 1$$

$$= 1 - 1 + 1 - 1 = 0$$

इस तरह $(x-1)$ बहुपद का मूल है।

$$7. (C) \text{ यदि } (x-a) \text{ बहुपद } f(x) \text{ का मूल है, तब}$$

$$f(a) = 0$$

प्रश्नानुसार,

$$f(-2) = 0$$

$$(-2)^3 + 6(-2)^2 + 4(-2) + k = 0$$

$$-8 + 24 - 8 + k = 0$$

$$k = -8$$

$$8. (B) x = a + \frac{1}{a} \text{ और } y = a - \frac{1}{a}$$

x और y दोनों को जोड़ने पर

$$x + y = a + \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a} = 2a \dots (i)$$

y से x को घटाने पर

$$x - y = a + \frac{1}{a} - a + \frac{1}{a} = \frac{2}{a} \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को गुणा करने पर

$$(x+y)(x-y) = (2a)\left(\frac{2}{a}\right)$$

$$x^2 - y^2 = 4$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$x^4 + y^4 - 2x^2y^2 = 16$$

9. (A) $a^4 + b^4 = a^2 b^2$
 $a^4 + b^4 - a^2 b^2 = 0$
 दोनों तरफ $(a^2 + b^2)$ से गुणा करने पर
 $(a^2 + b^2)(a^4 + b^4 - a^2 b^2) = 0$
 $a^6 + b^6 = 0$

10. (A) $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$
 $= \frac{a^2 \cdot a}{bc \cdot a} + \frac{b^2 \cdot b}{ca \cdot b} + \frac{c^2 \cdot c}{ab \cdot c} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$
 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ ($\because a + b + c = 0$)
 $= \frac{3abc}{abc} = 3$

11. (A) $a = -1.21, b = -2.12$ और $c = 3.33$
 $a + b + c = -1.21 - 2.12 + 3.33 = 0$
 अतः, $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
 $\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

12. (A) $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} - \frac{1}{z^3} = 0$
 $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \left(-\frac{1}{z^3}\right) = 0$
 $\therefore a + b + c = 0$
 $\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
 $\left(\frac{1}{x^3}\right)^3 + \left(\frac{1}{y^3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{z^3}\right)^3 = 3 \cdot \frac{1}{x^3} \cdot \frac{1}{y^3} \cdot \left(-\frac{1}{z^3}\right)$

$x + y - z = -3 (xyz)^{\frac{1}{3}}$
 $(x + y - z)^3 = -27 (xyz)$
 $(x + y - z)^3 + 27 (xyz) = 0$
 13. (D) $(a - 1)^2 + (b + 2)^2 + (c + 1)^2 = 0$
 तो $a - 1 = 0$ $b + 2 = 0$ $c + 1 = 0$
 $a = 1$ $b = -2$ $c = -1$
 तब,
 $2a - 3b + 7c = 2(1) - 3(-2) + 7(-1)$
 $= 2 + 6 - 7 = 1$

14. (C) $(y - z) + (z - x) + (x - y)$
 $= y - z + z - x + x - y = 0$
 तो, $(y - z)^3 + (z - x)^3 + (x - y)^3$
 $= 3(y - z) \times (z - x) \times (x - y)$

15. (A) $x = b + c - 2a$
 $y = a + c - 2b$
 $z = a + b - 2c$
 $x + y = a + b + 2c - 2a - 2b$
 $x + y = -a - b + 2c$
 $x + y = -z$

$x^2 + y^2 + 2xy = z^2$
 $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy = 0$

16. (D) $a^2 + ab + b^2 = 4$ (i)
 $a^4 + a^2 b^2 + b^4 = 8$
 $(a^2)^2 + 2 \times a^2 \times b^2 + (b^2)^2 - a^2 b^2 = 8$
 $(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 = 8$
 $(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) = 8$
 समीकरण (i) का इस्तेमाल करने पर
 $4(a^2 + b^2 - ab) = 8$
 $a^2 + b^2 - ab = 2$ (ii)

समीकरण (i) से (ii) को घटाने पर
 $2ab = 2 \Rightarrow ab = 1$
 17. (C) $a^2 + b^2 + c^2 = 2(a - b - c) - 3$
 $a^2 + b^2 + c^2 = 2a - 2b - 2c - 1 - 1 - 1$
 $(a^2 - 2a + 1) + (b^2 + 2b + 1) + (c^2 + 2c + 1) = 0$
 $(a - 1)^2 + (b + 1)^2 + (c + 1)^2 = 0$
 तो, $a = 1, b = -1$ और $c = -1$
 $a - b + c = (1) - (-1) + (-1) = 1 + 1 - 1 = 1$

18. (D) $x^a \cdot x^b \cdot x^c = 1$
 $x^{a+b+c} = x^0$
 $a + b + c = 0$
 So, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$
 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc = 0$

19. (B) $a^x = b, b^y = c$ और $c^z = a$
 $a^x = b$
 $(a^x)^y = (b)^y \Rightarrow a^{xy} = c$
 $(a^{xy})^z = (c)^z \Rightarrow a^{xyz} = a$
 तो, $a^{xyz} = a^1$
 $xyz = 1$

20. (A) $\frac{1}{1+p+q^{-1}} + \frac{1}{1+q+r^{-1}} + \frac{1}{1+r+p^{-1}}$
 $= \frac{1}{1+p+q^{-1} \times 1} + \frac{1}{1+q+r^{-1} \times 1}$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{1+r+p^{-1} \times 1} \\
 & = \frac{1}{1+p+q^{-1} \times pqr} + \frac{pqr}{pqr+q+r^{-1} \times pqr} \\
 & + \frac{1}{1+r+\frac{1}{p}} \quad [\because pqr = 1] \\
 & = \frac{1}{1+p+pr} + \frac{pqr}{q[pr+1+p]} + \frac{1}{p+pr+1} \\
 & = \frac{1}{1+p+pr} + \frac{pr}{1+p+pr} + \frac{p}{1+p+pr} \\
 & = \frac{1+p+pr}{1+p+pr} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 21.(A) \quad & \frac{1}{x^b+x^{-c}+1} + \frac{1}{x^c+x^{-a}+1} + \frac{1}{x^a+x^{-b}+1} \\
 & = \frac{1}{x^b+x^{-c} \times x^{a+b+c}+1} + \frac{1}{x^c+x^{-a} \times x^{a+b+c}+x^{a+b+c}} \\
 & + \frac{1}{x^a+\frac{1}{x^b}+1} \\
 & = \frac{1}{1+x^b+x^{a+b}} + \frac{x^{a+b+c}}{x^c(1+x^b+x^{a+b})} \\
 & + \frac{x^b}{1+x^b+x^{a+b}} \\
 & = \frac{1}{1+x^b+x^{a+b}} + \frac{x^{a+b}}{1+x^b+x^{a+b}} + \frac{x^b}{1+x^b+x^{a+b}} \\
 & = \frac{1+x^b+x^{a+b}}{1+x^b+x^{a+b}} = 1
 \end{aligned}$$

$$22. (D) \quad a^x = (x+y+z)^y, \quad a^y = (x+y+z)^z \text{ और } a^z = (x+y+z)^x$$

$$a^x \times a^y \times a^z = (x+y+z)^y \times (x+y+z)^z \times (x+y+z)^x$$

$$a^{x+y+z} = (x+y+z)^{x+y+z}$$

$$a = x+y+z$$

$$\text{तो, } a^x (x+y+z)^y = (a)^y$$

$$x = y \text{ इसी तरह } y = z$$

$$\text{तो, } x = y = z = \frac{a}{3}$$

$$23. (C) \quad a+b+c=3$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) = 9$$

$$ab+bc+ca = \frac{9-6}{2} = \frac{3}{2}$$

$$[\because a^2+b^2+c^2=6]$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$$

$$\frac{bc+ac+ab}{abc} = 1$$

$$abc = ab+ac+bc$$

$$abc = \frac{3}{2}$$

$$24. (D) \quad a^3 + b^3 = 0$$

$$(a+b)(a^2+b^2-ab) = 0$$

(दिया गया है $a+b \neq 0$)

$$\text{तो, } a^2 + b^2 - ab = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = ab$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 3ab$$

$$(a+b)^2 = (\sqrt{3ab})^2$$

$$a+b = \sqrt{3ab}$$

$$25. (A) \quad \frac{7x-3}{x} + \frac{7y-3}{y} + \frac{7z-3}{z} = 0$$

$$\frac{7x}{x} - \frac{3}{x} + \frac{7y}{y} - \frac{3}{y} + \frac{7z}{z} - \frac{3}{z} = 0$$

$$21 - 3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = 0$$

$$3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = 21$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 7$$

$$26. (A) \quad 2^x = 4^y = 8^z$$

$$2^x = 2^{2y} = 2^{3z}$$

$$\text{अतः, } x = 2y = 3z$$

$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{4z} = 4$$

$$\frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x)} + \frac{1}{4\left(\frac{x}{3}\right)} = 4$$

$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{2x} + \frac{3}{4x} = 4$$

$$\frac{2+2+3}{4x} = 4$$

$$x = \frac{7}{16}$$

$$27. (A) \quad a + b + c = 0$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$a^2 + b^2 + c^2 + (ab + bc + ca) = 0$$

$$14 + 2(ab + bc + ca) = 0$$

$$[\because a^2 + b^2 + c^2 = 14]$$

$$2(ab + bc + ca) = -14$$

$$ab + bc + ca = -7$$

$$28. (D) \quad \frac{16}{67} = \frac{1}{\frac{67}{16}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{\frac{16}{3}}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{\frac{16}{3}}}$$

$$= \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{3}}} = \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$$

$$= x \times y + z = 4 \times 5 + 3 = 23$$

$$29. (D) \quad \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

तो, $x^6 + 1 = 0$ (एक प्रमेय द्वारा)

$$x^{206} + x^{200} + x^{90} + x^{84} + x^{18} + x^{12} + 1$$

$$= x^{200}(x^6 + 1) + x^{84}(x^6 + 1) + x^{12}(x^6 + 1) + 1$$

$$= x^{200} \times 0 + x^{84} \times 0 + x^{12} \times 0 + 1$$

$$= 1$$

$$30. (C) \quad x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

तो, $x^6 + 1 = 0$

$$x^{506} + x^{500} + x^{384} + x^{378} + x^{190} + x^{184} + x^{18} + x^{12}$$

$$= x^{500}(x^6 + 1) + x^{378}(x^6 + 1) + x^{184}(x^6 + 1) + x^{12}(x^6 + 1)$$

$$= x^{500} \times 0 + x^{378} \times 0 + x^{184} \times 0 + x^{12} \times 0$$

$$= 0$$

$$31. (C) \quad x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}}$$

$$x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}}$$

$$= \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{\sqrt{(\sqrt{5})^2 - (1)^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$x^2 - x - 1 = x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 1$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}+1-1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{5}{4} = 0$$

$$32. (B) \quad x + \frac{a}{x} = 1 \quad \dots (i)$$

$$x - 1 = \frac{-a}{x} \quad \dots (ii)$$

$$\frac{x^2 + x + a}{x^3 - x^2} = \frac{x \left(x + 1 + \frac{a}{x} \right)}{x^2 (x - 1)}$$

$$= \frac{(1 + 1)}{x \left(\frac{-a}{x} \right)} = -\frac{2}{a}$$

33. (A) $5x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 1 = 0$
 $4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 - 2x + 1 = 0$
 $(2x)^2 - 2 \times 2x \times y + (-y)^2 + (x)^2$
 $- 2 \times x \times 1 + (-1)^2 = 0$
 $(2x - y)^2 + (x - 1)^2 = 0$
 तो, $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$
 $2x - y = 0$
 $y = 2x = 2 \times 1 = 2$
 i.e., $x = 1$ और $y = 2$

34. (C) $x + \frac{1}{x} = a$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2 \quad \dots (i)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$x^3 + x^2 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} = a^3 + a^2 - 3a - 2$$

35 (A) $a^x = b$, $b^y = c$ and $xyz = 1$
 $a^x = b$
 $(a^x)^y = (b)^y = c \Rightarrow a^{xy} = c$
 $(a^{xy})^z = c^z \Rightarrow a^{xyz} = c^z [\because xyz = 1]$
 $c^z = a^1 \Rightarrow c^z = a$

36. (C) $(3.7)^x = (0.037)^y = 10000$

$$3.7 = (10)^{\frac{4}{x}} \text{ और } 0.037 = (10)^{\frac{4}{y}} \dots (i)$$

$$\frac{3.7}{100} = \frac{(10)^{\frac{4}{x}}}{100}$$

$$\Rightarrow 0.037 = (10)^{\frac{4}{x}-2} \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$(10)^{\frac{4}{x}-2} = (10)^{\frac{4}{y}}$$

$$\frac{4}{x} - 2 = \frac{4}{y} \Rightarrow 4 \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right] = 2$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$$

37. (A) $p^x = r^y = m$ and $r^w = p^z = n$

$$(p^x)^{\frac{z}{x}} = (r^y)^{\frac{z}{y}}$$

$$p^z = r^{\frac{yz}{x}}$$

$$r^w = r^{\frac{yz}{x}}$$

$$w = \frac{yz}{x}$$

$$yz = wx$$

38. (D) $x = (a + \sqrt{a^2 + b^3})^{\frac{1}{3}} + (a - \sqrt{a^2 + b^3})^{\frac{1}{3}}$

दोनों तरफ घन करने पर

$$x^3 = (a + \sqrt{a^2 + b^3}) + (a - \sqrt{a^2 + b^3})$$

$$+ 3(a + \sqrt{a^2 + b^3})^{\frac{1}{3}} (a - \sqrt{a^2 + b^3})^{\frac{1}{3}}$$

$$\left[(a + \sqrt{a^2 + b^3})^{\frac{1}{3}} + (a - \sqrt{a^2 + b^3})^{\frac{1}{3}} \right]$$

$$x^3 = 2a + 3[a^2 - (a^2 + b^3)]^{\frac{1}{3}}(x)$$

$$x^3 = 2a - 3bx$$

$$x^3 + 3bx - 2a = 0$$

39. (B) $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

तो, $x^6 + 1 = 0$

$$x^6 = -1$$

$$x^{17} + \frac{1}{x^{17}} = \frac{x^{18}}{x} + \frac{x}{x^{18}}$$

$$= \frac{(-1)^3}{x} + \frac{x}{(-1)^3}$$

$$= - \left[x + \frac{1}{x} \right] = -\sqrt{3}$$

40. (D) $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$
 तो $x^6 + 1 = 0 \Rightarrow x^6 = -1$
 $x^6 + \frac{1}{x^6} + 2 = (-1) + \frac{1}{(-1)} + 2 = 0$

41. (A) $x = 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$
 दोनों तरफ घन करने पर
 $x^3 = (2) + (2)^{-1} + 3 \cdot (2)^{\frac{1}{3}} (2)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}} + 2^{\frac{1}{3}} \right)$

$$x^3 = 2 + \frac{1}{2} + 3x$$

$$2x^3 = 4 + 1 + 6x$$

$$2x^3 - 6x = 5$$

42. (A) $2022 \times 2023 = (2022)(2022 + 1)$
 $= (2022)^2 + 2022$

इसलिए, इसमें से जब 2022 घटाया जाएगा तो यह एक पूर्ण वर्ग होगा।

43. (C) $\frac{x}{a+x} + \frac{y}{b+y} + \frac{z}{c+z}$
 $= \frac{ax}{a^2+ax} + \frac{by}{b^2+by} + \frac{cz}{c^2+cz}$
 $= \frac{ax}{by+cz+ax} + \frac{by}{cz+ax+by} + \frac{cx}{ax+by+cz}$
 $= \frac{ax+by+cz}{ax+by+cz} = 1$

44. (C) $x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 + 1 = x$
 $x^2 - x + 1 = 0$
 दोनों तरफ $(x+1)$ से गुणा करने पर
 $x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1$
 $x^{12} + x^9 + x^6 + x^3 + 1$
 $= (x^3)^4 + (x^3)^3 + (x^3)^2 + (x^3) + 1$
 $= (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1$
 $= 1$

(योगांतर अनुपात का प्रयोग करने पर)

45. (A) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{(\sqrt{m+3n})}{(\sqrt{m-3n})}$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \frac{m+3n}{m-3n}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{(x+1)^2 - (x-1)^2}$$

योगांतर अनुपात का प्रयोग करने पर

$$= \frac{m+3n+m-3n}{m+3n-m+3n}$$

$$\Rightarrow \frac{2(1+x^2)}{4x} = \frac{m}{3n}$$

$$\Rightarrow 3n + 3nx^2 = 2mx$$

$$\Rightarrow 3n = 2mx - 3nx^2$$

46. (D) $\frac{x+y+z}{x^{-1}y^{-1} + y^{-1}z^{-1} + z^{-1}x^{-1}}$

$$= \frac{x+y+z}{\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}}$$

$$= \frac{x+y+z}{\frac{x+y+z}{xyz}} = xyz$$

47. (C) $a + b + c = 0$

$$a + b = -c$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$a^2 + b^2 + 2ab = c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 - 2ab \quad \dots (i)$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{c^2 - ab} = \frac{c^2 - 2ab + c^2}{c^2 - ab}$$

[समीकरण (i) का प्रयोग करने पर]

$$= \frac{2(c^2 - ab)}{c^2 - ab} = 2$$

48. (B) $2^a + 3^b = 17$

$$2^{a+2} - 3^{b+1} = 5 \quad \dots (ii)$$

$$4.2^a - 3.3^b = 5$$

... (ii)

समीकरण (i) को 3 से गुणा करके समीकरण (ii) जोड़ने पर

$$7.2^a = 56$$

$$2^a = 8 \Rightarrow 2^a = 2^3$$

$$a = 3$$

$$2^3 + 3^b = 17$$

$$3^b = 17 - 8 = 9 \Rightarrow 3^b = 3^2$$

$$b = 2$$

इस तरह, $a = 3, b = 2$

$$49. (B) \frac{x}{2x+y+z} = \frac{y}{x+2y+z} = \frac{z}{x+y+2z} = a$$

$$x = a(2x+y+z)$$

$$y = a(x+2y+z)$$

$$z = a(x+y+2z)$$

तो,

$$x+y+z = a(2x+y+z) + a(x+2y+z) + a(x+y+2z)$$

$$x+y+z = a(4x+4y+4z)$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$50. (B) \frac{x^3 + 3x + 3x^2 + 1}{x^3 + 3x - 3x^2 - 1} = \frac{189 + 61}{189 - 61}$$

$$= \frac{250}{128} = \frac{125}{64}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^3}{(x-1)^3} = \frac{(5)^3}{(4)^3}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{5+4}{5-4}$$

$$\Rightarrow x = 9$$

$$51. (A) a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

दोनों तरफ $(a+b+c)$ से गुणा करने पर

$$(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$52. (D) a(x-a^2) - b(x-b^2) = 0$$

$$ax - a^3 - bx + b^3 = 0$$

$$x(a-b) = a^3 - b^3$$

$$x = \frac{(a-b)(a^2 + b^2 + ab)}{a-b}$$

$$x = a^2 + b^2 + ab$$

$$53. (A) ab + bc + ca = 0$$

$$-bc = ab + ca$$

$$\text{इसी तरह } -ab = bc + ca$$

$$-ca = ab + bc$$

$$\frac{1}{a^2 - bc} + \frac{1}{b^2 - ca} + \frac{1}{c^2 - ab}$$

$$= \frac{1}{a^2 + ab + ca} + \frac{1}{b^2 + bc + ab}$$

$$+ \frac{1}{c^2 + bc + ca}$$

$$= \frac{1}{a(a+b+c)} + \frac{1}{b(a+b+c)}$$

$$+ \frac{1}{c(a+b+c)}$$

$$= \frac{bc + ca + ab}{abc(a+b+c)} = 0$$

$$54. (D) a + b + c = 0$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + bc + ca} = \frac{-2(ab + bc + ca)}{ab + bc + ca} = -2$$

$$55. (C) \frac{(x^2 - y^2)^3 + (y^2 - z^2)^3 + (z^2 - x^2)^3}{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3}$$

यदि $a + b + c = 0$, तो $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$$= \frac{3(x^2 - y^2)(y^2 - z^2)(z^2 - x^2)}{3(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{3(x-y)(x+y)(y-z)(y+z)(z-x)(z+x)}{3(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= (x+y)(y+z)(z+x)$$

56. (A) $x = a^{2/3} - a^{2/3}$

दोनों तरफ घन करने पर

$$x^3 = (a^{2/3})^3 - (a^{2/3})^3 - 3x \times a^{2/3} \times a^{2/3} \\ (a^{2/3} - a^{2/3})$$

$$x^3 = a^2 - \frac{1}{a^2} - 3x$$

$$x^3 + 3x = a^2 - \frac{1}{a^2}$$

57. (A) $a + b + c = 0$

$$a + b = -c$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$a^2 + b^2 + 2ab = c^2$$

$$a^2 + b^2 - c^2 = -2ab$$

इसी तरह,

$$b^2 + c^2 - a^2 = -2bc$$

$$a^2 + c^2 - b^2 = -2ac$$

$$\frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2}$$

$$+ \frac{1}{a^2 + c^2 - b^2}$$

$$= \frac{1}{-2ab} + \frac{1}{-2bc} + \frac{1}{-2ac}$$

$$= -\frac{1}{2} \left[\frac{a+b+c}{abc} \right] = 0$$

58. (B) $y + \frac{1}{z} = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{1-y}$

$$x + \frac{1}{y} = 1 \Rightarrow x = 1 - \frac{1}{y}$$

$$xyz = \left(1 - \frac{1}{y}\right) \times y \times \left(\frac{1}{1-y}\right)$$

$$= \frac{y-1}{y} \times y \times \frac{1}{1-y} = -1$$

59. (A) $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$

$$(x)^2 + 2 \times x \times 1 + (1)^2 + y^2 = 0$$

$$(x+1)^2 + y^2 = 0$$

$$\text{तो, } x = -1 \text{ और } y = 0$$

$$x^{31} + y^{35} = (-1)^{31} + (0)^{35} = -1$$

60. (C) $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$

$$= \frac{a}{a+a^2} + \frac{b}{b+b^2} + \frac{c}{c+c^2}$$

$$= \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{a+b+c}$$

$$= \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1$$

61. (C) $a^2 + b^2 + 2b + 4a + 5 = 0$

$$(a)^2 + 2 \times a \times 2 + 4 + (b)^2 + 2 \times b \times 1$$

$$+ 1 = 0$$

$$(a+2)^2 + (b+1)^2 = 0$$

$$\text{So, } a = -2 \text{ and } b = -1$$

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{-2-(-1)}{-2-1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

62. (C) $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$

$$(x)^2 - 2 \times x \times 2 + 4 + (y)^2 - 2 \times y \times 2$$

$$+ 4 = 0$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 0$$

$$\text{तो, } x = 2 \text{ और } y = 2$$

$$x - y = 2 - 2 = 0$$

63. (D) $a^3 - b^3 - c^3 - 3abc = 0$

$$(a)^3 + (-b)^3 + (-c)^3 - 3(a)(-b)(-c) = 0$$

$$\text{तो, } (a) + (-b) + (-c) = 0$$

$$a - b - c = 0$$

$$a = b + c$$

64. (D) $\sqrt[3]{p(p^2+3p+3)+1}$

$$= \sqrt[3]{p^3+3p^2+3p+1}$$

$$= \sqrt[3]{(p+1)^3}$$

$$= p+1 = 124+1 = 125$$

65. (D) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3$

$$\text{तो, } a = 3b, c = 3d, e = 3f$$

$$\frac{2a^2+3c^2+4e^2}{2b^2+3d^2+4f^2}$$

$$= \frac{2(3b)^2+3(3d)^2+4(3f)^2}{2b^2+3d^2+4f^2}$$

$$= \frac{9[2b^2+3d^2+4f^2]}{2b^2+3d^2+4f^2} = 9$$

$$66. (D) \frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}$$

$$= \frac{1}{2} (a+b+c)$$

$$= \frac{1}{2} \times (25 + 15 - 10) = 15$$

$$67. (D) (ad-bc)^2 + (ac+bd)^2$$

$$= a^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd + a^2c^2 + b^2d^2 + 2abcd$$

$$= a^2d^2 + a^2c^2 + b^2d^2 + b^2c^2$$

$$= a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2)$$

$$= (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$$

[$\therefore a^2 + b^2 = 2, c^2 + d^2 = 1$ दिया है]

$$= (2) \times (1) = 2$$

$$68. (B) \sin \theta + \cos \theta = \frac{b}{a}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta = \frac{b^2}{a^2}$$

$$1 + 2 \cdot \frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$\frac{a+2c}{a} = \frac{b^2}{a^2}$$

$$a^2 + 2ac = b^2$$

$$a^2 - b^2 + 2ac = 0$$

$$69. (C) \frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{ab+bc+ca-a^2-b^2-c^2}$$

$$= \frac{(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}{-(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}$$

a, b और c का मान रखने पर

$$= -(-5-6+10) = 1$$

$$70. (C)$$

$$71. (D) a+b+c=0$$

तो, $a+b=-c$

इसी प्रकार $b+c=-a$ और $a+c=-b$

$$\frac{3(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} = \frac{3(-a)(-b)(-c)}{abc}$$

$$= -3$$

$$72. (B) ax^2 + bx + c = a(x-p)^2$$

$$ax^2 + bx + c = ax^2 - 2apx + ap^2$$

तो, $b = -2ap \Rightarrow p = -\frac{b}{2a}$

$$c = ap^2 = a \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 = a \times \frac{b^2}{4a^2}$$

इस तरह, $b^2 = 4ac$

$$73. (C) \frac{a}{1-a} + \frac{b}{1-b} + \frac{c}{1-c} = 1$$

$$\frac{a}{1-a} + 1 + \frac{b}{1-b} + 1 + \frac{c}{1-c} + 1 = 4$$

$$\frac{a+1-a}{1-a} + \frac{b+1-b}{1-b} + \frac{c+1-c}{1-c} = 4$$

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} = 4$$

$$74. (C) 2(2x^2 - 1) = 14$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 1 = 7$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 8$$

$$\Rightarrow x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x = \pm 2$$

$$75. (B) a^6 + b^6 + 3a^2b^2(a^2 + b^2) = a^6 + b^6 + 2a^3b^3$$

$$\Rightarrow 3a^2b^2(a^2 + b^2) = 2a^3b^3$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{2}{3}$$

$$76. (A) \frac{x}{1} = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^3}{(x-1)^3} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$\Rightarrow \frac{x^3+1+3x+3x^2}{x^3-1-3x^2+3x} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^3+6x}{6x^2+2} = \frac{m}{1}$$

$$\Rightarrow x^3 + 3x = 3mx^2 + m$$

$$x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$$

$$77. (C) (x-9)(x-2)$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x - 2x + 18$$

$$\Rightarrow x^2 - 11x + 18$$

$$\Rightarrow \left(x^2 - 2 \times \frac{11}{2}x + \left(\frac{11}{2} \right)^2 \right) - \left(\frac{11}{2} \right)^2 + 18$$

$$= \left(x - \frac{11}{2} \right)^2 - \frac{121}{4} + 18$$

$$\left[x - \frac{11}{2} = 0 \text{ पर व्यंजक का न्यूनतम मान है।} \right]$$

$$= \frac{4 \times 18 - 121}{4 \times 1} = \frac{72 - 121}{4}$$

$$= -\frac{49}{4}$$

$$78. (A) a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} \left[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[(1)^2 + (1)^2 + (-2)^2 \right]$$

$$= \frac{1}{2} [1 + 1 + 4] = 3$$

$$79. (A) \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{13}{37} = \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{11}{2}}}}$$

$$\text{इस प्रकार, } x = 2, y = 1, z = \frac{11}{2}$$

$$80. (C) x^2 + 2 = 2x$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$x^4 + 4 + 4x^2 = 4x^2$$

$$x^4 = -4$$

$$\therefore x^2 + 2x - 2 = 2(x-1)$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} = (x-1)$$

$$\Rightarrow x^4 - x^3 + x^2 + 1$$

$$\Rightarrow -4 - x^2(x-1) + 1$$

$$\Rightarrow -4 - \frac{x^2 \times x^2}{2} + 1$$

$$\Rightarrow -4 + \frac{4}{2} + 1 = -1$$

$$81. (B) x = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = 5 + 2\sqrt{6} = y$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{\left(x + \frac{1}{x} \right)^3 - 3 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 3}{\left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 4} = \frac{x^3 + 3 + \frac{1}{x^3}}{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{(10)^3 - 3(10) + 3}{(10)^2 - 4} \Rightarrow \frac{973}{96}$$

$$82. (A) x + \frac{1}{x} = 3$$

$$x^2 + 1 = 3x$$

$$\therefore \frac{7x}{3x-2x} = \frac{7x}{x} = 7$$

$$83. (A) x + \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow x^2 + 1 = 5x$$

इसे 7 से गुणा करने पर,

$$7x^2 + 7 = 35x$$

$$\therefore \frac{5x}{7x^2 + 7 - 3x} \Rightarrow \frac{5x}{35x - 3x}$$

$$= \frac{5x}{32x} = \frac{5}{32}$$

$$84. (C) \frac{2P}{P^2 - 2P + 1} = \frac{1}{4}$$

$$8P = P^2 - 2P + 1 \Rightarrow 10P = P^2 + 1$$

$$\therefore 10 = \frac{P^2 + 1}{P} \Rightarrow 10 = \frac{P^2}{P} + \frac{1}{P}$$

$$\therefore P + \frac{1}{P} = 10$$

$$85. (A) \frac{1 + 876543 \times 876545}{876544 \times 876544}$$

माना कि $876544 = x$, $876543 = (x - 1)$
और $876545 = (x + 1)$

$$\frac{1 + (x - 1)(x + 1)}{x \times x} \Rightarrow \frac{1 + x^2 - 1}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$86. (A) \text{ यदि } x = 16$$

$$x^4 - 17x^3 + 17x^2 - 17x + 17$$

$$\underbrace{x^4 - 16x^3}_I - \underbrace{x^3 + 16x^2}_II + \underbrace{x^2 - 16x}_III - \underbrace{x + 17}_IV$$

$$I. \begin{array}{l} 16^4 - 16^1 \cdot 16^3 \\ 16^4 - 16^4 \\ = 0 \end{array}$$

$$II. \begin{array}{l} -x^3 + 16x^2 \\ (-16)^3 + 16 \cdot 16^2 \\ -16^3 + 16^3 \\ = 0 \end{array}$$

$$III. \begin{array}{l} +x^2 - 16x \\ 16^2 - 16 \cdot 16 \\ 16^2 - 16^2 \\ = 0 \end{array}$$

$$IV. \begin{array}{l} -x + 17 \\ -16 + 17 \\ = 1 \end{array}$$

$$I + II + III + IV = 0 + 0 + 0 + 1 = 1$$

$$87. (B) \text{ If } x = 12$$

$$x^4 - 13x^3 + 15x^2 - 13x + 13$$

$$= x^4 - 13x^3 + 13x^2 + 13x + 13 + 2x^2$$

हमने $15x^2$ को तोड़ कर $13x^2 + 2x^2$ के रूप में लिखा

अब, ऊपर की तरह

$$(x^4 - 13x^3 + 13x^2 - 13x + 13)$$

हमें 1 उत्तर मिलेगा।

$$1 + 2x^2 (x = 12)$$

$$1 + 2(144) \Rightarrow 1 + 288 = 289$$

$$88. (C) \left[999 \frac{95}{99} \right] \times 99$$

95 में 4 जोड़ने पर यह 99 हो जाएगा।

$$\therefore \left(999 + \frac{99}{99} \right) \times 99$$

$$\Rightarrow 1000 \times 99 = 99000$$

अब पुनः 4 को घटाएँ जो प्रारंभ में जोड़ा गया था

$$99000 - 4 = 98996$$

$$89. (B) \text{ अब, } 2a \times 4a \times 10a \times 11a = 880a^4$$

$\therefore (880a^4 + ka^4)$ को पूर्ण वर्ग होना चाहिए
 $a^4(880 + k)$

यदि हम $k = 20$ रखते हैं

$$(880 + 20) = 900 = (30)^2$$

$$\therefore k = 20$$

$$90. (A) x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$$

$$\text{तो, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{119 + 2} = 11$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{11 + 2} = \sqrt{13}$$

$$91. (D) x + \frac{1}{x} = 5$$

$$\text{तो, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$$

$$\left(x + \frac{1}{x} \right) \left(x - \frac{1}{x} \right) = 5\sqrt{21}$$

$$92. (A) x + \frac{1}{x} = 1$$

$$\text{तो, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 - 2 = -1$$

$$x \left[x^2 + \frac{1}{x^2} + 1 = 0 \right] \text{ (x से गुणा करने पर)}$$

$$x^3 + \left[\frac{1}{x} + x \right] = 0$$

↓

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1$$

$$93. (B) x + \frac{1}{x} = 1$$

$$\left(x^{17} + \frac{1}{x^{17}} \right)$$

x से गुणा और भाग करने पर

$$\frac{x}{x} \left(x^{17} + \frac{1}{x^{17}} \right) = \frac{x^{18}}{x} + \frac{x}{x^{18}}$$

$$x^3 = -1$$

$$(x^3)^6 = (-1)^6 \Rightarrow x^{18} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{x}{1} = 1$$

94. (A) $x + \frac{1}{x} = 1$, तब

$$\frac{x^{208} + x^{205}}{x^{208} + x^{205} + x^{204} + x^{201}}$$

$$x^{205} (x^3 + 1) + x^{201} (x^3 + 1) \therefore x^3 = -1$$

$$x^{205} (-1 + 1) + x^{201} (-1 + 1) = 0$$

95. (C) $\frac{x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3x + 1}{x^4 + 1}$

अंश और हर को x^2 से भाग करने पर

$$\frac{\frac{x^4}{x^2} + \frac{3x^3}{x^2} + \frac{5x^2}{x^2} + \frac{3x}{x^2} + \frac{1}{x^2}}{\frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2}}$$

$$\frac{\frac{23}{x^2} + \frac{5x^3}{x^2} + 5}{\frac{x^2 + 1}{x^2}} = \frac{23 + 15 + 5}{23} = \frac{43}{23}$$

$$\frac{23}{23}$$

96. (D) $x^4 + \frac{1}{x^4} = 194$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{194 + 2} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{14 + 2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 4$$

$$\text{अब, } x^3 + \frac{1}{x^3} = (4)^3 - 3(4) = 64 - 12$$

$$= 52$$

97. (A) $x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{119 + 2} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{11 + 2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$$

$$\text{अब, } x^3 + \frac{1}{x^3} = (\sqrt{13})^3 - 3(\sqrt{13})$$

$$= 13\sqrt{13} - 3\sqrt{13} = 10\sqrt{13}$$

98. (C) $x + \frac{1}{x} = 5$

वर्ग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$$

$$\text{अब, } x - \frac{1}{x} = \sqrt{23 - 2} \Rightarrow x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$$

$$\text{तो, } x^3 - \frac{1}{x^3} = (\sqrt{21})^3 + 3(\sqrt{21})$$

$$= 21\sqrt{21} + 3\sqrt{21}$$

$$= 24\sqrt{21}$$

99. (A) $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (\sqrt{3})^3 - 3(\sqrt{3})$$

$$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$$

100. (D) $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 0 \text{ (ऊपर साबित हो चुका है)}$$

$$\therefore x^6 = -1$$

$$\text{अब, } \frac{x}{x} \left(x^{17} + \frac{1}{x^{17}} \right) \Rightarrow \frac{x^{18}}{x} + \frac{x}{x^{18}}$$

$$x^{18} = -1 \text{ क्योंकि } x^6 = -1 \text{ और } (x^6)^3 = (-1)^3$$

$$\frac{-1}{x} + \frac{x}{-1} = - \left(\frac{1}{x} + x \right)$$

और $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ (दिया गया है)

\therefore उत्तर है $-\sqrt{3}$

$$101. (A) \quad x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow x^6 = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore x^{202} (x^6 + 1) &= x^{202} (-1+1) \\ &= x^{202} \times 0 = 0 \end{aligned}$$

$$102. (A) \quad x + \frac{1}{x} = 3$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 27 - 9 = 18$$

अब,

$$\begin{aligned} x^5 + \frac{1}{x^5} &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (7 \times 18) - 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

$$103. (A) \quad x = 7 + 4\sqrt{3}$$

$(7 + 4\sqrt{3})$ को $(a^2 + b^2 + 2ab)$ के रूप में विखंडित करें

$$= (2^2 + \sqrt{3}^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3})$$

$$x = (2 + \sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}$$

$$\therefore \sqrt{x} = 2 + \sqrt{3}$$

$$104. (C) \quad x = 11 + 6\sqrt{3}$$

$$\downarrow$$

$$2ab$$

$$\therefore 2 \times 3 \times \sqrt{2}$$

$$\therefore x = (3 + \sqrt{2})^2$$

$$\sqrt{x} = 3 + \sqrt{2}$$

$$105. (A) \quad x = 22 + 8\sqrt{6}$$

$$\downarrow$$

$$2ab$$

$$2 \times 4 \times \sqrt{6}$$

$$x = (4 + \sqrt{6})^2 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 + \sqrt{6}$$

$$106. (B) \quad x = 97 + 8\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} &\nearrow \quad \nwarrow \\ &a^2 + b^2 + 2ab \\ a^2 + b^2 &= 97 \text{ केवल तभी संभव है जब} \\ a &= 4\sqrt{6} \text{ और } b = 1 \\ \therefore x &= (4\sqrt{6} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = 4\sqrt{6} + 1 \end{aligned}$$

$$107. (C) \quad x = 38 + 5\sqrt{3}$$

$5\sqrt{3}$, $2ab$ के रूप में विखंडित नहीं किया जा सकता इसलिए इसे 2 से गुणा और भाग किया जाता है।

$$\frac{2}{2} (38 + 5\sqrt{3}) \Rightarrow \frac{76 + 2 \times 5\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{76 + 10\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2ab = 5\sqrt{3} \times 1 \times 2$$

$$\therefore a = 5\sqrt{3}, b = 1$$

$$x = \left(\frac{5\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{5\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}}$$

$$108. (A) \quad x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x + 1 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore x + 1 = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$$

⇒ अंश और हर को 2 से गुणा करने पर

$$= \frac{4+2\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{(\sqrt{3})^2 + (1)^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 1}{4}$$

$$x+1 = \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+x} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

निष्कर्ष : यदि $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

तो, $\sqrt{1+x} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

$$\sqrt{1-x} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

109. (A) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ ऊपर दिये गये दो स्थितियों में 0 होगा। जैसा कि प्रश्न में दिया गया है, प्रथम स्थिति लागू नहीं होती। इसलिए केवल द्वितीय स्थिति लागू होती है जो है $a = b = c$ । दिये गये विकल्पों में केवल विकल्प (C) जो 3 है दिये गये स्थितियों को संतुष्ट करता है।

110. (A) a, b, c किसी त्रिभुज की तीन भुजाएँ हैं। यदि $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ तो ज्ञात करें कि त्रिभुज किस प्रकार की है?

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

यह केवल एक ही स्थिति में संभव है, यदि $a = b = c$

और यदि सभी भुजाएँ समान हैं तो यह समबाहु त्रिभुज है।

111. (B) $a = 997, b = 998$ और $c = 999$

$$a + b + c = 2994$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c) \frac{1}{2} [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$$

$$= (2994) \times \frac{1}{2} \times (1^2 + 1^2 + 2^2)$$

$$= 2994 \times \frac{1}{2} \times 6 = 8982$$

112. (D) $a = 36, b = 36$ और $c = 37$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= \frac{1}{2} (a+b+c) [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$$

$$= \frac{1}{2} \times 109 \times [(0)^2 + (-1)^2 + (1)^2]$$

$$= \frac{1}{2} \times 109 \times 2 = 109$$

113. (C) $a + b + c = 0$

$$a + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -a$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$b^2 + c^2 + 2bc = a^2$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 = a^2 - 2bc$$

अब $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{a^2 - bc} = \frac{a^2 + a^2 - 2bc}{a^2 - bc}$

$$= \frac{2a^2 - 2bc}{a^2 - bc} = 2 \frac{(a^2 - bc)}{(a^2 - bc)} = 2$$

114. (B) $x^{\frac{1}{4}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}} = 1$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$\left(x^{\frac{1}{4}} \right)^2 + \left(x^{-\frac{1}{4}} \right)^2 = (1)^2 - 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = -1$$

पुनः वर्ग करने पर

$$x + \frac{1}{x} = -1 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = -1$$

$$\therefore x^{1024} + \frac{1}{x^{1024}} = -1$$

115. (D) $xy = 1$

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$x + y = x + \frac{1}{x}$$

$$= 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2}$$

$$= 6$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 6$$

अब,

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times x \times \frac{1}{x}}{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \times x \times \frac{1}{x}} \\ &= \frac{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 - 2} \\ &= \frac{216 - 18 + 3}{36 - 2 - 2} = \frac{201}{32} \end{aligned}$$

$$116. (C) a = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$a = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} \quad (\sqrt{3} + 1 \text{ से गुणा और भाग करने पर})$$

$$= \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} = \frac{3 + 1 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3} = a$$

$$\therefore b = 2 - \sqrt{3}$$

$$\text{अब, } \frac{a^2 + b^2}{ab} + a + b \text{ में मान रखने पर}$$

$$= \frac{7 + 4\sqrt{3} - 7 + 4\sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} + 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$$

$$= \frac{8\sqrt{3}}{4 - 3} + 4 = 8\sqrt{3} + 4$$

$$117. (A) \quad x + \frac{a}{x} = 1$$

$$\therefore x^2 + a = x$$

$$\text{also } x^2 = x - a \Rightarrow x^2 - x = -a$$

$$\text{अब, } \frac{x^2 + a + x}{x^3 - x^2} = \frac{x + x}{x(x^2 - x)}$$

$$= \frac{2x}{x(-a)} = \frac{-2}{a}$$

$$118. (D) a + b = 5 \text{ और } a^2 + b^2 = 13$$

इस तरह के प्रश्नों को परम्परागत तरीके के बजाय वैकल्पिक विधि का प्रयोग करें।

$$\therefore a = 3 \text{ और } b = 2$$

$$a - b = 3 - 2 = 1$$

$$119. (A) \quad \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$$

$$\text{क्योंकि } \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1 \text{ अतः 1 के स्थान पर}$$

$$\frac{a+b+c}{a+b+c} \text{ यह मान रखिए}$$

$$\therefore \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = \frac{a+b+c}{a+b+c}$$

दाएँ तरफ के हर $(a+b+c)$ को लिई तरफ के अंश के तरफ लेने पर

$$\frac{a}{b+c} \times (a+b+c) + \frac{b}{c+a} \times (b+a+c)$$

$$+ \frac{c}{a+b} \times (a+b+c) = a + b + c$$

$$\frac{a^2}{b+c} + a + \frac{b^2}{c+a} + b + \frac{c^2}{a+b} + c = a + b + c$$

$$\therefore \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0$$

$$120. (A) \quad x \left(3 - \frac{2}{x} \right) = \frac{3}{x}$$

$$3x - 2 = \frac{3}{x}$$

$$3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right) = \frac{2}{3}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \times x \times \frac{1}{x} = \frac{4}{9}$$

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{1}{x^2} &= \frac{4}{9} + 1 \\ &= \frac{22}{9} \end{aligned}$$

$$121. (B) \quad x = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \text{ और } xy = 1$$

$$x = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} \Rightarrow x = \frac{1}{y}$$

$$= \frac{4+2\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2 + \sqrt{3} \therefore y = 2 - \sqrt{3}$$

अब, $\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^2$ में मान रखने पर

$$\left(\frac{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{4}\right)^2$$

$$= \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$122. (A) \quad \frac{x^2}{y^2} + 2t + \frac{y^2}{x^2}$$

$$\therefore \left(\frac{x}{y}\right)^2 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 2 \times t \times \frac{x}{y} \times \frac{y}{x}$$

यह एक पूर्ण वर्ग है। इसलिए $t =$ धनात्मक होगा।
व्यंजक को पूर्ण वर्ग बनाए रखने के लिए $t = 1$ होगा।

$$\therefore t = 1$$

$$123. (C) \quad x = 2 + \sqrt{3}$$

$$x - 2 = \sqrt{3}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$x^2 - 4x + 2 = 3 - 2 = 1$$

उत्तरमाला

1.(B)	2. (C)	3. (D)	4.(C)	5. (D)	6.(B)	7. (C)	8. (B)	9. (A)	10.(A)
11.(A)	12.(A)	13.(D)	14.(C)	15.(A)	16.(D)	17.(C)	18.(D)	19.(B)	20.(A)
21.(A)	22.(D)	23.(C)	24.(D)	25.(A)	26.(A)	27.(A)	28.(D)	29.(D)	30.(C)
31.(C)	32.(B)	33.(A)	34.(C)	35.(A)	36.(C)	37.(A)	38.(D)	39.(B)	40.(D)
41.(A)	42.(A)	43.(C)	44.(C)	45.(A)	46.(D)	47.(C)	48.(B)	49.(A)	50.(B)
51.(A)	52.(D)	53.(A)	54.(D)	55.(C)	56.(A)	57.(A)	58.(B)	59.(A)	60.(C)
61.(C)	62.(C)	63.(D)	64.(D)	65.(D)	66.(D)	67.(D)	68.(B)	69.(C)	70.(C)
71.(D)	72.(B)	73.(C)	74.(C)	75.(B)	76.(A)	77.(C)	78.(A)	79.(A)	80.(C)
81.(B)	82.(A)	83.(A)	84.(C)	85.(A)	86.(A)	87.(B)	88.(C)	89.(B)	90.(A)
91.(D)	92.(A)	93.(B)	94.(A)	95.(C)	96.(D)	97.(A)	98.(C)	99.(A)	100.(D)
101.(A)	102.(A)	103.(A)	104.(C)	105.(A)	106.(B)	107.(C)	108.(A)	109.(A)	110.(A)
111.(B)	112.(D)	113.(C)	114.(B)	115.(D)	116.(C)	117.(A)	118.(D)	119.(A)	120.(A)
121.(B)	122.(A)	123.(C)							